

博士論文
原子線ホログラフィー

東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻
森永 実

目 次

第1章 はじめに	5
第2章 レーザー冷却・トラップのしくみ	7
2.1 光が原子に及ぼす力	7
2.2 レーザー冷却・トラップ	8
2.2.1 減速	8
2.2.2 冷却	10
2.2.3 磁気光学トラップ	17
第3章 原子線ホログラフィー	21
3.1 原子線ホログラフィーとは	21
3.2 原子線ホログラムの構造	21
3.3 平面波ホログラム	22
3.3.1 設計方針・製作法	22
3.4 実験	26
3.4.1 原子種の選択	27
3.4.2 実験装置	27
3.4.3 実験方法	30
3.4.4 実験結果	36
第4章 球面波ホログラム	37
4.1 球面波ホログラムの設計	37
4.1.1 設計方針	37
4.1.2 設計手順	38
4.1.3 最初の球面波ホログラム	45

4.2 実験	50
4.2.1 実験方法・結果	50
4.2.2 分解能	50
4.3 原子線ホログラムのその他の諸性能	57
4.4 他の原子結像系との比較	58
4.4.1 電場による結像系	58
4.4.2 静磁場による結像系	59
4.5 原子線ホログラフィーの展望	60
4.6 原子線ホログラフィーの応用	61
4.6.1 原子線リソグラフィー	61
4.6.2 原子光学素子・原子干渉計への応用	62
付録 A MOT のバリエーション	63
A.1 一般論 <磁場中の原子に働く散乱力>	63
A.2 具体例	65
A.2.1 6ビームトラップ	65
A.2.2 4ビームトラップ	66
付録 B 静電結像系	69
付録 C 装置の振動・変位の測定	79

第1章 はじめに

原子が粒子性に加えて波動性を持つことは前期量子論により予言され、理論的には量子力学の成立とともに確立したと言ってよい。そして幾つかの検証実験が行われたが[1]、その極めて短い波長故に原子の波動性を実用に用いることなど長い間思いもよらなかった。実際室温の原子のドブロイ波長は $10pm$ オーダーと極めて短い。

しかし1980年代になってレーザー冷却法が発明、実用化されるとアルカリ金属、希ガスなど幾つかの原子種では数 μK 程度にまで冷えた原子集団が比較的容易に得られるようになり、そのドブロイ波長はサブミクロン程度と可視光の波長に迫るようになった。それに伴い冷却原子を用いて Young のダブルスリットの実験を行ったり[2]、原子波の干渉で実際に実用的な干渉計を作る研究が盛んに行われるようになった。原子波の特徴としては、速度に比して短い波長、重力との強い相互作用等、物質粒子としての特質を持つのは当然として、同じく物質粒子である電子や中性子が回転自由度（スピントリニティ）しか持たないのに対し原子は豊富な内部自由度（エネルギー自由度）を持ち、さらに光を用いてこれらの内部自由度を自在に操ることができることがあげられる。実際、干渉計の2つの経路で原子の軌道はまったく同じで内部自由度だけが異なるような干渉計もすでに作られている[3]。

このようにして原子光学と呼ばれる原子の「光学系」の研究が一つの分野として確立するまでになったが[4]、その背景としてX線用の透過型光学素子製造技術が進歩し原子光学に転用されるようになったことも見逃せない。

光学において凸レンズが作れることは一つの大きなポイントである。しかし、安定な中性原子の場合不幸にして、電磁気的な静的ポテンシャルによって凸レンズを作ることは出来ないことが知られている。そこで現在原子光学において実用的な凸レンズを開発することが急務となっている。

今回我々はさらに一步踏み込んでホログラフィーを原子に適用することを世界で初めて試みた。一般にホログラフィーは任意の波面を作り出せる技術という点で波動光学における最も汎用性の高い手法である。

このため原子線ホログラフィーは一般的な像再生以外にも原子レンズ、ビームスプリッター、ミラー等あらゆる原子光学素子への応用が可能で、今後の発展が期待される。

本論文の構成

この研究ではレーザー冷却・トラップされた原子を点原子源として使い、原子を自由落下させ下方に置いたホログラムにより回折させ再生像を得ている。

そこで以下の章ではレーザー冷却・トラップの一般論、ホログラムの設計・製作法、実験、結果、と順を追って解説する。

第2章 レーザー冷却・トラップのしくみ

狭帯域色素レーザーが一般的に普及し原子分光に使われるようになった1980年前後から、光子と原子の相互作用を利用して原子の運動量を制御し、原子を極低温に冷却し捕捉（トラップ）しようという試みが盛んに行われるようになった[5]。原子のトラップ方法としては、双極子力を使ったもの、磁場によるZeemanシフトを利用したものなど様々な方法が試みられたが、現在ではZeemanシフトと散乱力を組み合わせて使う磁気光学トラップ（MOT）と呼ばれる方法が実現の容易さ、使いやすさなどの面からスタンダードとなっておりこの研究でもそれを用いている。

2.1 光が原子に及ぼす力

光が原子に及ぼす力は大別すると散乱力と双極子力とに分けられる。後者は保存力であるからレーザー冷却ではエネルギーの散逸のある前者が使われる。また MOTにおいてはトラップポテンシャルを作るのにも散乱力（と Zeeman シフトの組み合わせ）が使われる（双極子力については付録 B 参照）。

散乱力

原子が光子を吸収または放出する際に原子は光子の運動量の分の反跳を受ける。この際に原子が受ける（平均的な）力を散乱力と呼ぶ。一般に光子（可視光）の1回の吸収・放出での原子の速度変化は数cm/s程度である（Ne原子において冷却に用いられる $1s_5$ から $2p_9$ への遷移では～3cm/s）。

レーザー冷却は常温の原子（平均速度～数100m/s）を停止させようというもくろみであるから、そのためには 10^4 回程度の光子の吸収放出を繰り返す必要がある。従ってその遷移が閉じた2準位間のものであるとレーザーが1波長だけで済み好都合である。以下ではそのような閉じた2準位間の遷移を考える（2準位原子）。

2.2 レーザー冷却・トラップ

レーザー冷却・トラップは減速、冷却、トラップの3つの段階に分けて考えることが出来る。
(ただし冷却とトラップは実際には同時に起こる)

2.2.1 減速

原子源から出てくる原子に対向して反対方向から共鳴に近いレーザー光があたっている状況を考える。

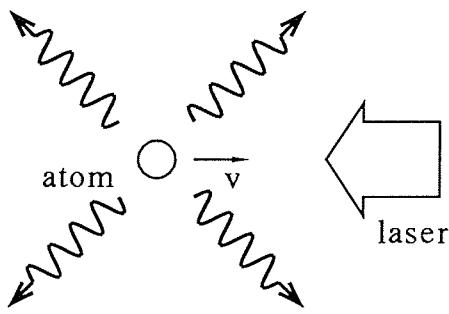


図 2.1: 光子の吸収放出による原子の反跳。

原子が光子を吸収するときは原子はレーザー光の向きに光子の運動量分の運動量変化を受ける。誘導放出のときの運動量変化は逆向きである。一方光子を自然放出するときは放出される光子の向きの確率分布は原子の位置を中心として点対称であるから、受ける運動量変化の期待値は0である。従って原子は平均して

$$[\text{吸収の回数}] - [\text{誘導放出の回数}] = [\text{自然放出の回数}] \quad (2.1)$$

を光子の運動量に掛けた分だけレーザー光の方向に運動量変化を受けることになる。原子が受ける（平均の）加速度は従って自然放出の起こる頻度 γ に吸収・放出一回あたりの原子の速度変化 $\frac{\hbar\omega}{mc}$ を掛けたものに等しいが、 γ はおよそ上準位の自然幅 $\gamma_e = 1/\tau_e$ (τ_e は上準位の寿命) と原子が上準位にいる時間的比率 r の積に等しい：

$$\gamma = \gamma_e r \quad (2.2)$$

r はレーザー光強度 I が強いほど大きいが、飽和光強度 I_{sat} でほぼ頭打ちになり、 $\lim_{I \rightarrow \infty} r = \frac{1}{2}$ であるから、原子が受け得る最大加速度は $a_{max} = \frac{\hbar\omega}{mc} \frac{\gamma_e}{2}$ である。

Zeeman 同調法

ところで運動している原子が感じる光の周波数は、実験室系における光の周波数に対し Doppler シフトしている。そのため原子の運動方向に対向してレーザー光をあてると最初のうちは共鳴していて原子は減速していくが、減速するに従い Doppler シフトが小さくなるために徐々に共鳴から外れ、ある程度減速されるとほとんど光と相互作用をすることがなくなり、そのまま飛び去ってしまう。

これを回避する方法としては原子が減速するのに合わせてレーザー周波数を変化させる方法、すなわち chirping 法と [6]、逆に外場により摂動を加え原子の共鳴周波数を変化させる方法と考えられる。後者は原子を連続的に減速できるのでここではこれを用いる。また摂動としては磁場による（1次の）Zeeman シフトを利用する（Zeeman 同調法と呼ばれる [7]）。

以下閉じた 2 準位として上準位の全角運動量が下準位のそれより 1だけ大きい場合を考えよう（それぞれ $J = J_0 + 1$ と $J = J_0$ ）。原子は z 軸上を $+z$ 方向に飛んでいて、レーザー光は円偏光（仮に σ_+ 偏光）で $-z$ 方向に向かっているとする。更に z 軸方向に磁場 B が加わっているものとする。

すると原子はまず最初の数回の光子の吸収放出で $m_J = +J_0$ の磁気副準位に光ポンプされ、その後は $m_J = +J_0 \leftrightarrow m_J = +J_0 + 1$ 間の遷移を繰り返すことになる（図 2.2）。

この遷移の Zeeman シフトは

$$\Delta E = g m_J B \quad (2.3)$$

に等しい。一方一定加速度 a_0 で減速する原子の速度 v は位置 z の関数として

$$v = \sqrt{-2a_0 z} \quad (2.4)$$

と書ける（ただし原子の速度が 0 になる地点を原点にとった）。従ってドップラーシフト $\Delta\omega = \frac{v}{c}\omega$ を補償するためには B は

$$B(z) = \frac{\hbar\omega}{gm_J c} \frac{v}{c} = \frac{\hbar\omega}{gm_J c} \sqrt{-2a_0 z} \quad (2.5)$$

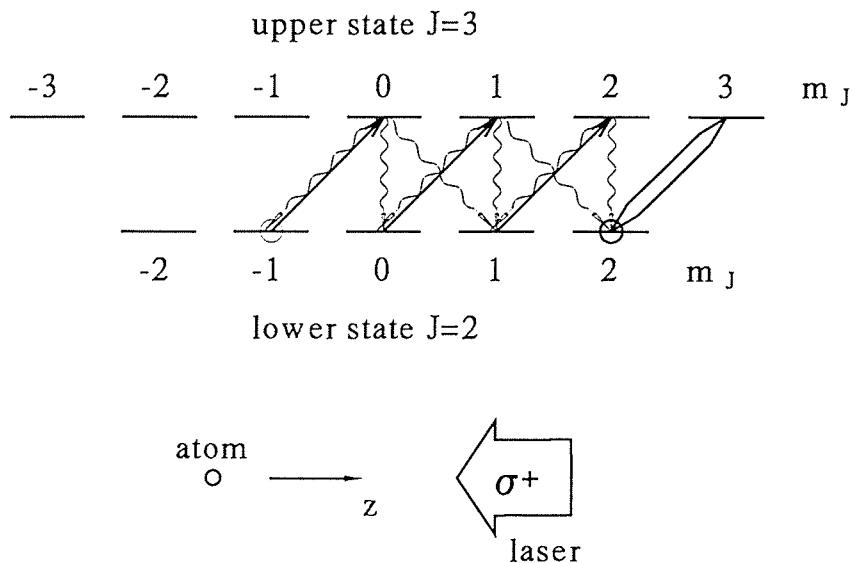


図 2.2: 円偏光光による光ポンピング。原子が最初どの磁気副準位にあっても光子の吸収・放出を何回か繰り返すうちに $m_J = +2$ の準位に掃き寄せられ、その後は $m_J = +2 \leftrightarrow +3$ 間の遷移を繰り返す。

となつていればよいことがわかる(図 2.3)。そこでソースから出てきた原子が通る筒の外側に巻き数を位置によって適当に変えたコイルを巻き、コイル内の磁場がこのような放物関数状になるようにする(原点は特異点なので、実際に原点近傍でこの様に鋭く磁場を落とすことはできないが、原子の加速度の条件が緩くなるだけなので構わない)。また設計加速度 a_0 は余裕をみて $a_0 = a_{max}/2$ 程度にとる。Ne 原子(初速度 500m/s @300K)では最短停止距離 $\frac{k_B T}{m a_{max}} = \frac{2 k_B T c}{\hbar \omega \gamma_e}$ はおよそ 15cm/s である。

2.2.2 冷却

ここでは減速過程で数 m/s 程度に減速された原子をさらに冷却する。

まず一次元で考える。原子に左右から対向した等強度で等しい周波数のレーザー光があたつているとする。

運動している原子に対してはドップラーシフトにより左右のレーザー光で原子が感じる周波数に差が生じる。このためレーザー光を原子の共鳴周波数より負に離調しておくと原子は運動方向に対向したレーザー光をより共鳴に近く、反対に逆方向のレーザー光の周波数を共鳴から

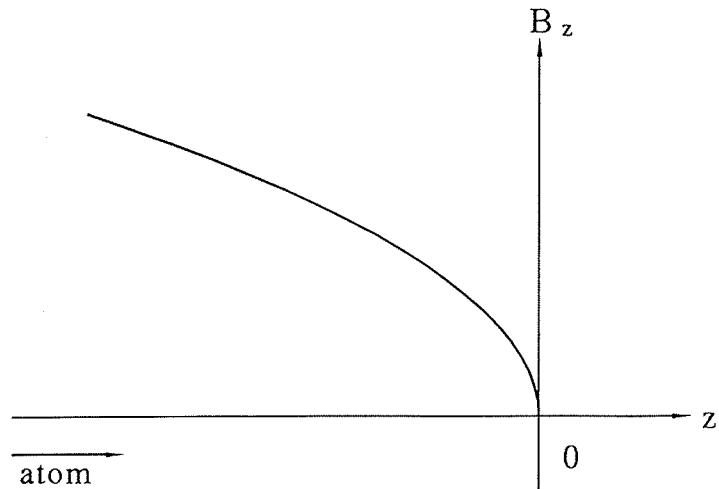


図 2.3: Doppler シフトの変化を補償するための磁場のプロファイ尔

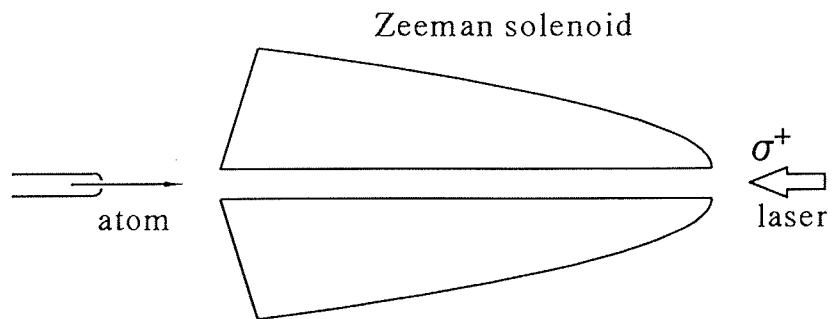


図 2.4: Zeeman 同調法による原子の減速

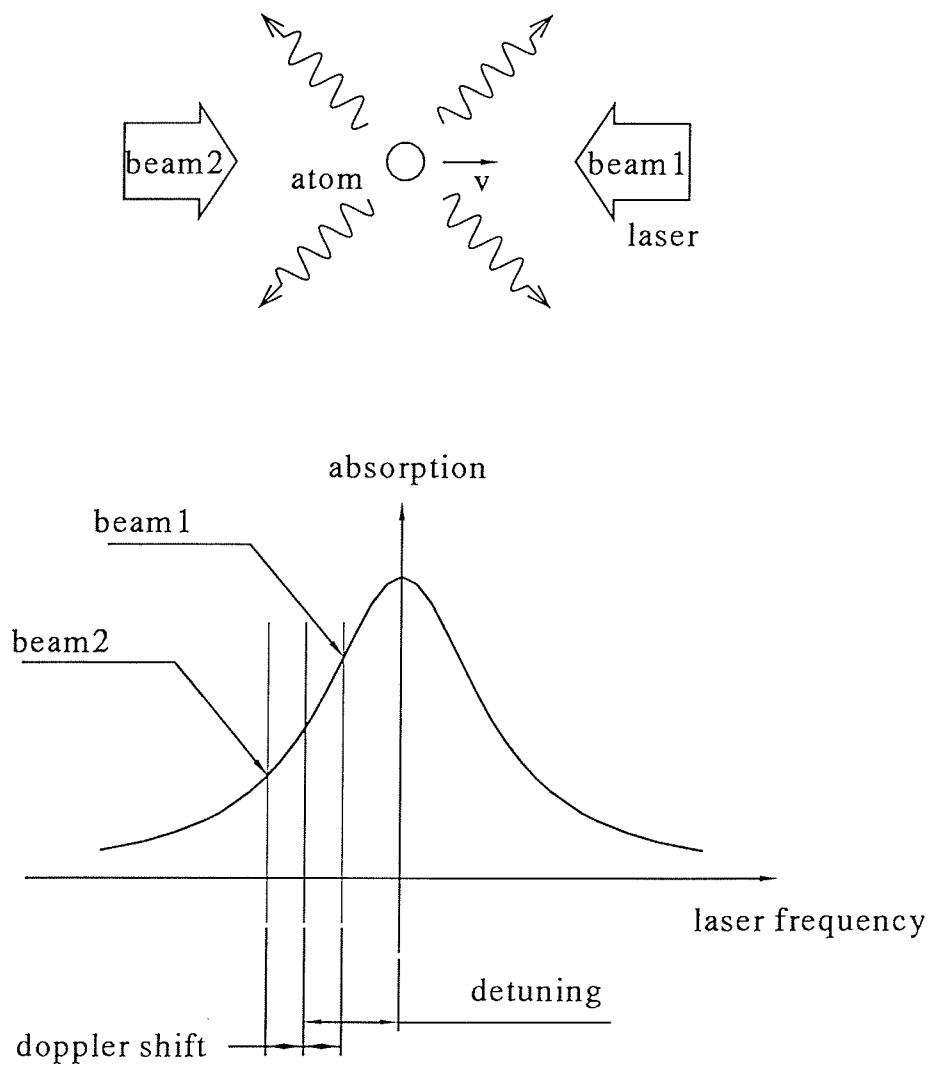


図 2.5: ドップラー冷却。レーザーの周波数を負に離調しておくと原子は対向するレーザー光の周波数をより共鳴に近く感じ、従ってより多く吸収するため減速される。

より遠く感じるので、原子は運動方向に対向するレーザー光をより多く吸収することになる。このため原子は次第に減速されていく。この冷却法はドップラー冷却と呼ばれる。

この冷却法を n 次元に拡張することを考えよう。冷却が全方向で起こるためには、原子の任意の運動方向に対してその方向の成分を持つレーザー光が入射されていることが必要であり、また静止した原子に働く（平均的な）力が 0 である必要もあるから、従ってレーザー光は最低限 $n+1$ 本要る。

3 次元の場合は例えば等強度のレーザー光を正四面体の各頂点から中心に向かう向きに入れればよい（4 ビームの配置）[9]。我々はこの方法を採った。

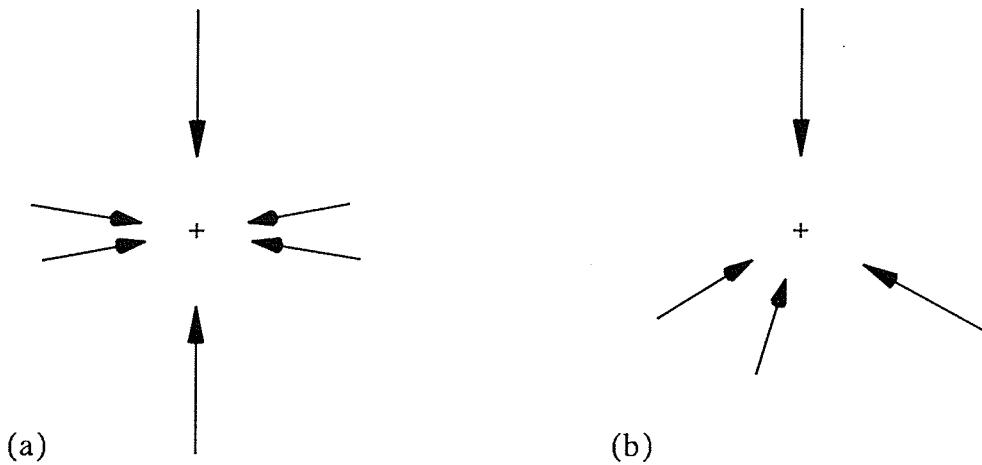


図 2.6: 3 次元のドップラー冷却。(a)6 ビームの配置。(b)4 ビームの配置

一般には前述の一次元の場合の対向するレーザー光の対を xyz の 3 軸に沿って 3 組計 6 本を配置する方法がとられることが多い（6 ビームの配置）。冷却光のあたっている原子は光子の自然放出により絶えずランダムな運動量変化を受け、ランダムウォークと類似の運動をする。このため平均光子散乱時間より十分長い時間スケールでみると原子の移動距離は原子の平均（瞬間）速度に時間をかけたものよりもはるかに小さくなる¹。このような原子の運動状態は光糖蜜

¹ランダムウォークにおいて時間 t の間の粒子の移動距離の期待値は $\sqrt{\bar{r}^2} = v_i \sqrt{t_c t}$ である。ただし v_i は粒子の瞬間速度、 t_c は衝突時間間隔。

(optical molasses) と呼ばれる [10]。

摩擦力の等方性

摩擦力が等方的になることは（特に6ビームの場合）ほぼ明らかであろうが、一応証明しておく。原子による波数 \vec{k} のレーザー光の吸収確率は、ドップラーシフトによる吸収率変化を線形化すると

$$\alpha - \beta \vec{k} \cdot \vec{v} \quad (2.6)$$

という形になる（レーザーを負に離調したとき $\beta > 0$ ）。従って何本かのビーム（波数 $\vec{k}^{(q)}$ ）が入っている場合、原子が受ける平均的な力 \vec{F} は

$$F_i \propto \sum_q k_i^{(q)} (\alpha - \beta \vec{k}^{(q)} \cdot \vec{v}) = \alpha M_i - \beta \sum_j N_{ij} v_j \quad (2.7)$$

と書ける。ただし、

$$\begin{aligned} M_i &= \sum_q k_i^{(q)} \\ N_{ij} &= \sum_q k_i^{(q)} k_j^{(q)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

である。以下6ビームまたは4ビームの配置の場合を考える。すると $\vec{M} = 0$ 。また行列 N は対称操作（それぞれ O_h 、 T_d ）の座標変換 Γ （すなわち $k^{(q)}$ を入れ替えるような座標変換）に対して不変である：

$$\Gamma N \Gamma^{-1} = N \quad (2.9)$$

Γ はいわゆる基本表現で O_h 、 T_d においては既約表現（それぞれ T_{1u} 、 T_2 ）だから、Schurの補題により N は単位行列に比例する（または最初から N を具体的に計算してもよい）。結局、

$$\begin{aligned} N_{ij} &= \gamma \delta_{ij} \\ F_i &\propto -\sum_j \beta \gamma \delta_{ij} v_j = -\beta \gamma v_i \end{aligned} \quad (2.10)$$

となり摩擦力が等方的であることがわかる（ γ はそれぞれ $2k^2$ 、 $\frac{4}{3}k^2$ ）。

ドップラー限界

一般にある冷却方法における到達温度は、冷却機構と加熱機構の釣り合いによって決まる。ドップラー冷却法における冷却機構は、原子が運動していることにより生じる光子の方向による吸収確率の差であり、加熱はランダムな方向に放出される自然放出光による反跳によって起こる。以下6ビーム冷却とし、また光強度 I は飽和光強度より十分小さいとする。原子の線形吸収率を $a(\omega)$ （つまり $a(\omega)$ に光強度 I をかけたものが吸収確率・ ω は光の振動数）とすると光の向きと原子の運動方向の相対的な関係により生じる吸収確率のアンバランスから、冷却速度は

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{\Delta t} \Big|_{cooling} &= mv \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= -m\vec{v} \cdot 2a' I \frac{\bar{\omega}}{c} \omega \frac{\hbar\omega}{mc} \\ &= -4E_{kinetic} a' I \frac{\hbar\omega^2}{mc^2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる（ただし $E_{kinetic} = \frac{1}{2}mv^2$ ）。一方自然放出光による加熱であるが、自然放出光の向きは原子の運動の向きと相関がないので²、原子は1回の自然放出あたり平均して一光子による原子の反跳エネルギー $E_{recoil} = \frac{\hbar^2\omega^2}{2mc^2}$ の分だけ運動エネルギーを増す。従って加熱速度は

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} \Big|_{heating} = 6aI \frac{\hbar^2\omega^2}{2mc^2} \quad (2.12)$$

となる。 (2.11) と (2.12) の絶対値が等しくなるのが平衡点なのでそれから到達温度（エネルギー）が

$$E_{kinetic} = \frac{3}{4}\hbar \frac{a}{a'} \quad (2.13)$$

と求まる。ローレンツ型吸収曲線（自然幅 Γ ）

$$a(\omega) \propto \frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.14)$$

を仮定すると、さらに

$$E_{kinetic} = \frac{3}{4}\hbar \frac{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}{2(\omega_0 - \omega)} \geq \frac{3}{8}\hbar\Gamma \quad (2.15)$$

と変形され、等号が成り立つ $\omega = \omega_0 - \frac{\Gamma}{2}$ のとき到達温度が最も低くなる。一般には

²正確には相関がないわけではないが、原子の運動方向に対してある向きで光子が放出される確率とその反対方向に放出される確率は等しい

$$k_B T_{doppler} = \frac{1}{2} \hbar \Gamma \quad (2.16)$$

で定義される温度 $T_{doppler}$ をもってドッplerー冷却で到達できる最も低い温度とし、これをドッplerー限界と呼ぶことが多い [8]。

偏光勾配冷却

1988 年に NIST のグループがレーザー冷却した Na 原子の温度（速度）を測定したところ、ドッplerー限界を下回る低い温度が得られた [11]。このからくりはその後 Dalibard、Chu らによって説明され [12][14]、その冷却機構は偏光勾配冷却と呼ばれているが、これが起こるには冷却遷移の下準位が磁気副準位を持つことが本質的である ($J_\downarrow \neq 0$)。

以下 1 次元の場合についてその仕組みをごく簡単に説明する。対向する異なる偏光（単に普通の鏡で折り返しただけではないという意味）の光が入っている状況を考える。位置によって偏光が変わるので原子の（AC Stark シフトによる）最低エネルギー状態も位置によって異なる。

入れている光は負に離調しているとする。すると各位置での原子の最低エネルギー状態は AC Stark シフトがもっとも大きくなる状態であるから、その位置にいる原子はその位置における最低エネルギー状態に光ポンプされやすい。原子が他の位置に動いていくと、そのうちにその状態は最低エネルギー状態でなくなるため、やがて移動した位置における最低エネルギー状態に光ポンプされるが、この間に原子はポテンシャルの坂を上っているので運動エネルギーを失う。

以上が偏光勾配冷却の仕組みの概略である。偏光勾配冷却における到達温度を制限する要因の一つは原子が冷えることによって AC Stark ポテンシャルの坂を上れなくなること、もう一つは自然放出光による原子の反跳である。従って偏光勾配冷却においてはレーザー光の強度が小さく離調が大きいほど低い温度にまで冷え、最終的には反跳エネルギー（すなわち一光子による原子の反跳 $v_{recoil} = \frac{\hbar\omega}{mc}$ に対応する運動エネルギー $E_{recoil} = \frac{1}{2}mv_{recoil}^2$ ）が到達限界温度 T_{recoil} を決める（これは反跳限界と呼ばれる） [11]。

$$T_{recoil} = \frac{E_{recoil}}{k_B} \quad (2.17)$$

運動エネルギーの行方

ドップラー冷却において、冷却の前後で原子の内部状態、および光子数は同じである。また（光の強度が弱ければ）個々の光子の吸収放出過程の前後でエネルギーは保存されなければならない。となると最初に原子が持っていた運動エネルギーはどこに行ってしまったのであろうか？

原子が光子を一つ吸収したのち一つの光子を後方に吐いて元の準位に戻る過程を考える。

原子が静止しているような座標系³で考えると、原子のエネルギーは吸収放出の前後で運動エネルギー、内部エネルギー共に等しいから、原子が吸う光子のエネルギーと吐く光子のエネルギーも等しくなくてはならない（図2.7(a)）。

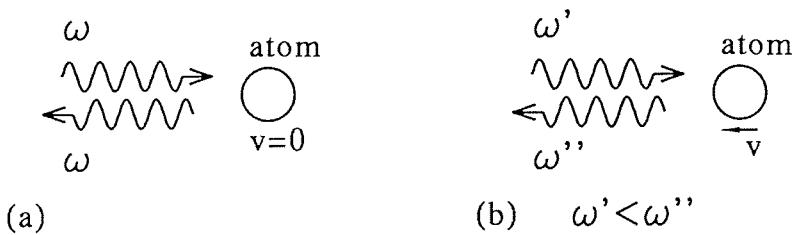


図2.7: 原子による散乱の前後における光子のエネルギー変化。原子が静止している座標系では吸収された光子と放出された光子のエネルギーは等しい(a)。これを一般の座標系から見るとドップラーシフトにより両者のエネルギーが違つて見える(b)。

この様子を一般の座標系から眺めてみる。ドップラーシフトにより、この座標系において吸われた光子が原子の運動方向に対向しているときは、原子が吸った光子のエネルギーは吐いた光子のそれより低く、光子の向きが逆の場合は反対に放出された光子のエネルギーの方が高くなるように見える（図2.7(b)）。つまり冷却過程において原子の運動エネルギーは光子のエネルギーに変換されていたのである（それ以外にはエネルギーの担い手がないので当然ではある）。これは自由空間を飛行する鏡に対向して光をあてると減速するときの状況とまったく同じである。

2.2.3 磁気光学トラップ

今まで述べてきた冷却法だと原子は冷却され“止まる”が、空間のどの位置で止まるかはわからない（どこでもあります）。そこでさらに空間的にポテンシャルの極小点をつくり、そこに原子を束縛することが考えられたが、これはトラップと呼ばれる。

³より正確に言うと、光子を吸った状態の原子が静止しているような座標系。

以下磁気光学トラップ (MOT) という磁場による Zeeman シフトと光による散乱力を組み合わせて使うタイプのトラップの説明をするが、これは他の双極子力を使った双極子トラップ [13]、磁場による Zeeman ポテンシャルを単独で使う磁気トラップ [15] などと違い、冷却とトラップが同時にでき、またポテンシャルも広く深いなど扱いやすいため、考案されて以来標準的なトラップ方法として広く使われている [16]。

ここでは簡単のために原子が z 軸上（および x 、 y 軸上）を一次元的に動いている場合に限り、一般の場合については付録にまわす。また 2 準位間の遷移は全角運動量 $J = 0 \rightarrow J = 1$ 間のものであるとする（一般的 $J = J_0 \rightarrow J = J_0 + 1$ 間の遷移の場合も同様に考えることができる）。

原点に対して点対称、かつ z 軸について回転対称な 4 重極磁場を考える：

$$B = A_0 \left(-\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y, z \right) \quad (2.18)$$

z 軸上では磁場は z 軸に沿っており、その大きさは座標値に比例している。従って Zeeman 分裂の様子は原子が z 軸上にある場合 z 軸を量子化軸にとったとして図 2.8 のようになる。

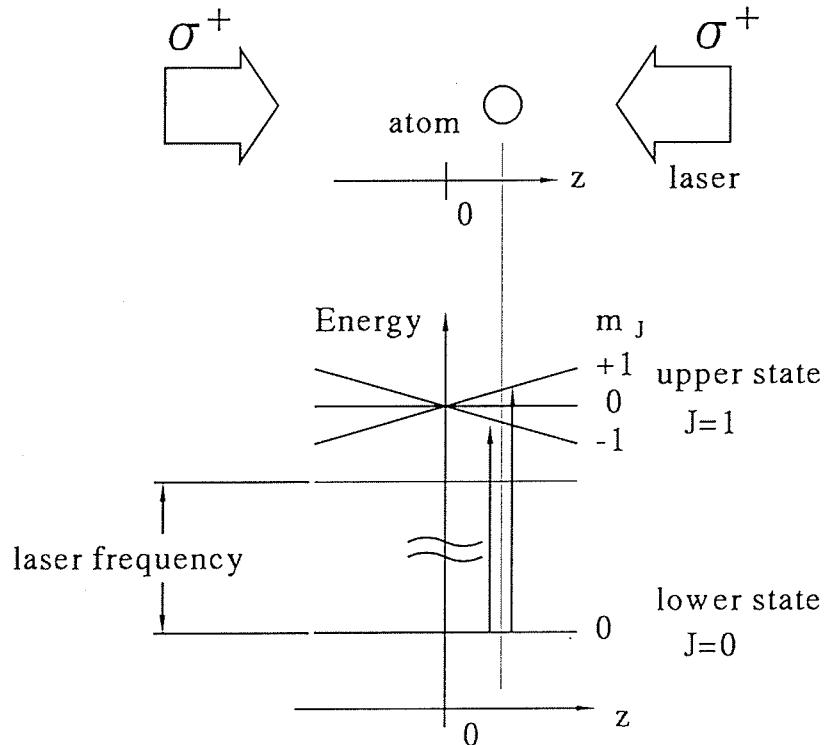


図 2.8: 4 重極磁場中の原子の準位の Zeeman 分裂と原子に働く散乱力

原子の z 軸方向左右から σ^+ 偏光（ヘリシティ、すなわち光の進行方向に対する電場ベクトル

の回転方向として定義) の光をあてよう。すると左右からの光はそれぞれ $m_J = 0 \rightarrow \pm 1$ の遷移を引き起こす。光の周波数は原子の共鳴より少し負に離調しておく。原子が原点より少し右側 (z の正側) にいるとする。すると Zeeman シフトにより $m_J = 0 \rightarrow -1$ の遷移のほうが $m_J = 0 \rightarrow +1$ のそれよりも共鳴に近いので、従って右からの光を吸う確率のほうが高くなり、原子には原点に向かう力、すなわち復元力が働く。原子が原点の左側にいる場合も同様である。

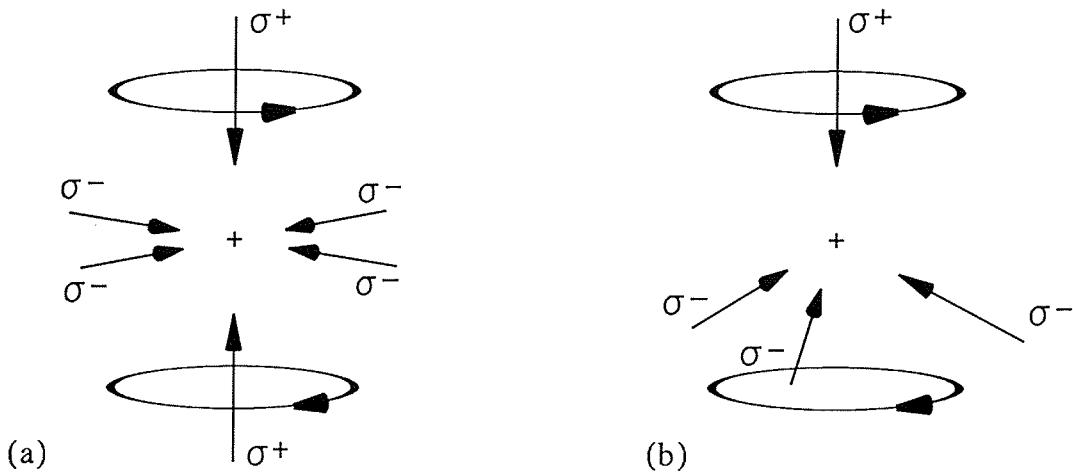


図 2.9: 磁気光学トラップ。(a)6 ビームトラップと (b)4 ビーム (四面体) トラップ

同様に x 、 y 軸に沿って対向する σ^- 偏光の光を入れれば軸上において原点への復元力が働く (但し力の大きさは z 軸方向のそれの $\frac{1}{2}$ である)。この様に 3 組 6 本の円偏光のレーザー光を入れたとき、一般の位置においても閉じ込めの力が働くが、これについては付録を参照のこと。(ポテンシャル $V(\vec{r})$ が原点近傍で調和的なことは概ね明らかであり、とすると x 、 y 、 z 軸が主軸であることから

$$V(\vec{r}) = \alpha(x^2 + y^2) + \beta z^2 \quad (\alpha : \beta = 1 : 4) \quad (2.19)$$

と決定する、と納得することもできる)

光の入れ方は他にもいろいろ考えられる。今回の実験では冷却のところで説明した”4ビーム”的配置でそのうち1本と4重極磁場の対称軸（z軸）を一致させる方法を探っている[9]。偏光はこの対称軸に沿ったビームだけ σ^+ 偏光で、あとの3本は σ^- である。これでうまくポテンシャルができることについても付録を見よ。

ここで述べた磁気光学トラップは同時に”冷却”的配置にもなっているので原子はトラップされると共に同時に冷却もされる。

反ヘルムホルツコイル

四重極磁場は向かい合った二つの円環状のコイルに反対向きに電流を流すことによりつくる。

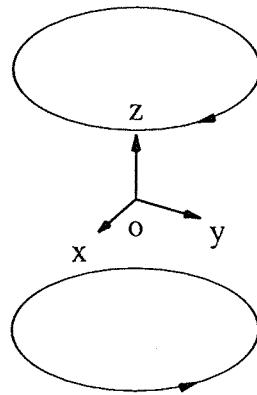


図 2.10: 反ヘルムホルツコイル

コイルの半径を R 、コイルの間隔を $2L$ とする。また座標の原点をコイルの組の中心、 z 軸を回転対称軸とする。磁気ポテンシャル ϕ ($\vec{B} = \nabla\phi$) を座標で展開したとき対称性から偶数次の項のみが現れるが、回転対称軸上 (z 軸) の磁気ポテンシャルは簡単に計算でき、 $R = \sqrt{2/3}L$ (“反ヘルムホルツの条件”) のときに4次の項が消える。一般に ϕ を座標の齊次多項式で展開した場合、 n 次の項は $r^n \times (n$ 次の球面調和関数) (ただし $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$) という形であり、今のような対称性をもつ球面調和関数 ($l_z = 0$) は各次数につき一つしかないから、4次の項は(対称軸外でも) 消えることがわかる。従って反ヘルムホルツ条件が満たされているとき、四重極磁場を除くと発生する最も低い次数の磁場は64重極磁場である。

第3章 原子線ホログラフィー

3.1 原子線ホログラフィーとは

ホログラフィーとは一定の波面を持つ波動をホログラムと呼ばれる半透明の膜状の物体を透過させることにより任意の波面に再構成する手法である。近年STMチップを用いた単原子操作等では原子レベルの極めて細かい原子操作が実現されているが、これらが原子を一つ一つでしか扱えないのに対し、原子線ホログラフィーでは粒子を集団で平行して操作できることが一つの特徴である。

ホログラムの作製方法は光の場合、物体光と参照光を干渉させそれをガラス乾板上に露光しホログラムとして用いるという昔からの方法と、計算によって透過関数を求めそれを適当なフィルム上に実現するという方法の二つがあり、後者は計算機ホログラムと呼ばれている[17]。前者ではホログラムの作製時に物体波と参照波を干渉させるため”光源”がよいコヒーレンスをもつことが必要であり、また強い強度も求められるため、それをすべて原子で行うことは困難である。そこでここでは後者の計算機ホログラムを用いている。

実際に作れる振幅透過率には制限があるので多少の制約は付くが、計算機ホログラムは任意の波面を作り出すように設計でき、その意味で波動光学素子として最も汎用性の高いものと言える。

3.2 原子線ホログラムの構造

原子をコヒーレントに透過する物質は存在しないので原子線ホログラムは薄膜にポツポツと実際の穴をあけて作る。従って原子の（振幅）透過率は1か0に限られる。ホログラムの構造、すなわち穴の大きさ及び間隔は、実用上波長の数倍～数10倍程度であることが求められ原子波の場合これはかなり細かいので、加工には微細加工技術を応用する。

特殊なホログラムとみることができるものに回折格子とフレネルゾーン板（フレネルレンズ）

がある。原子のフレネルレンズによるフォーカシングの実験としては準安定 He 原子を使ったものがある [19]。フレネルレンズは多数の同心円環とそれを支える梁から成り、それぞれの開口部から回折される部分波がスクリーン上の原点（焦点）で強めあうように設計されている（図 3.1）。熱的原子（20.5K）が用いられたため波長は $19pm$ と短く、焦点距離は $450mm$ 、口径比は 2000 と極めて暗い。

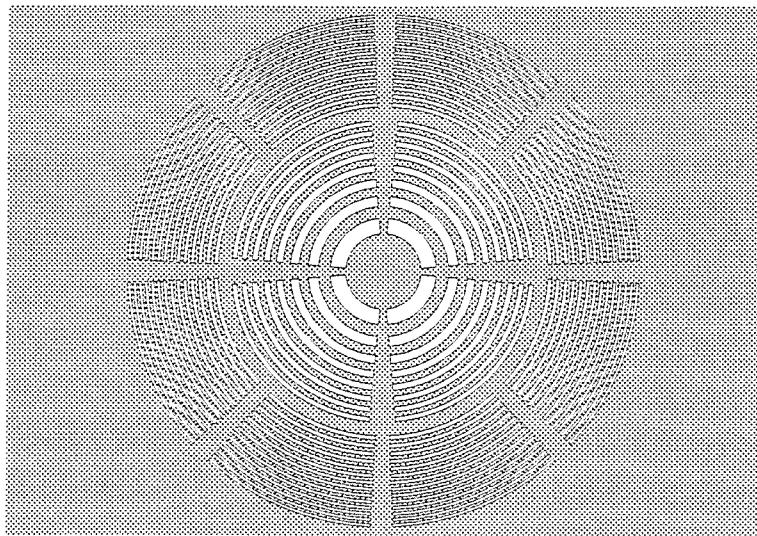


図 3.1: 原子用のフレネルレンズパターン。原子の場合薄いシート状の物質に穴を細工して作るので、円環部分を支えるための梁が必要である。

3.3 平面波ホログラム

3.3.1 設計方針・製作法

様子を見るためにとりあえず何か文字でも書いてみよう、ということで最初のホログラムの製作・実験を行った [21]。回折の計算は最も簡単に原子源（点原子源）とホログラム、ホログラムとスクリーンとの間の距離が十分大きい、として行っている（図 3.2 参照）。すなわちフランホーファー回折近似である¹。

まず再生したい像 $g(X, Y)$ を用意する。フランホーファー回折ではホログラムの振幅透過

¹ ホログラム全体と等しい大きさの開口による回折広がりがホログラムの幾何学的射影よりスクリーン上で大きいと仮定するのに等しい。

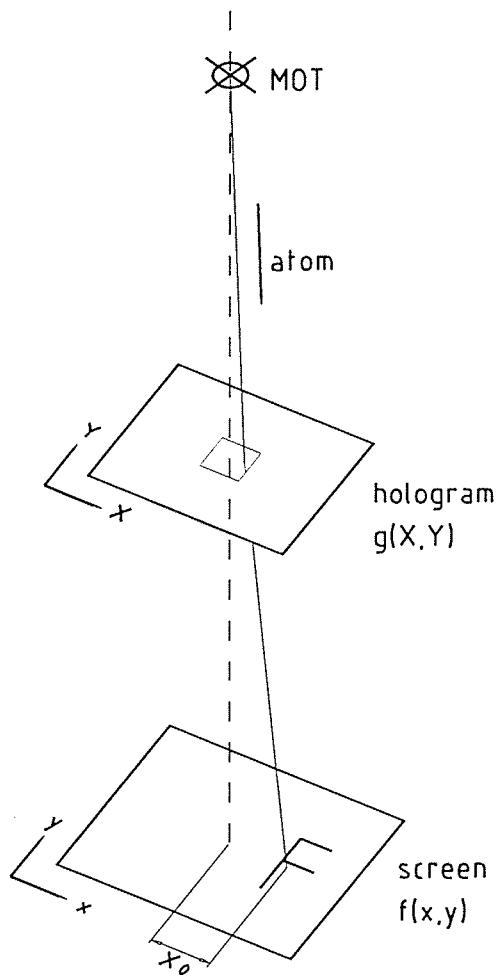


図 3.2: 原子線ホログラフィーの概念図。点原子源を出た原子はホログラムによって回折されスクリーンに到達する。ここでは原子は自由空間中を運動していて一定の波数 k を持つものとしている。

関数 f とスクリーン上に再生される像 g はフーリエ変換の関係にある。従って f は g を逆フーリエ変換することによって計算され、これは一般に複素数値をとる。ところで原子ホログラムは薄膜に穴を開けただけなので透過率は実数値しかとれない（0か1）。さらに、我々が設計・製作したホログラムは光では純バイナリホログラムと呼ばれているもので、設計の簡略化のため開ける穴の形・大きさは固定されており、穴を開けうる位置も等間隔に離散化されている（図3.3）。

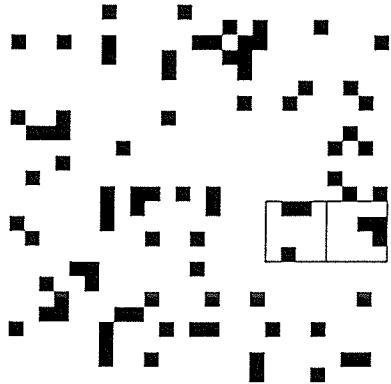


図 3.3: 純バイナリホログラムの構造。セルと呼ばれる穴を開けうる位置は等間隔に基盤の目状に配置され、また穴の形・大きさはすべて等しい（黒い部分）。平面波ホログラムでは設計の便宜上 4×4 個のセルをまとめてセルユニットと呼んでいる。球面波ホログラムでは異なるアルゴリズムを採用しているのでセルユニットという概念はない。

そこでこれらの制約のもとに振幅透過率 g をもつようなホログラムと同等な効果を持つ穴の開けかたを考えなくてはならない。設計方針は Lohnman らによるものと同様のものである [20]。

開口または閉口一つ一つをセルと呼び、 4×4 のセルを便宜上ひとまとめにしてセルユニットと呼ぶ。セルユニット単位で対応する位置の f を表現しようというわけである。ホログラムの縦横方向に xy 軸をとるとして、スクリーン上真下より x 軸方向に少しずれた点 $(X_0, 0)$ 近傍に回折される部分波に注目する。但し X_0 はセルピッチに対応する回折角の $1/4$ の角度方向の位置である。すると一つのセルユニット内の隣り合った二つのセルから回折される部分波は二つが y 軸方向に並んでいる場合は同位相、 x 軸方向に並んでいる場合は $\pi/2$ だけ位相が異なることになるので、一つのセルユニット内で y 軸方向に並べて開けるセルの数で透過する原子波の振幅を、 x 軸方向に穴を開ける位置をずらすことによって位相を調整出来るので、セルユニット単位で g を表現することができる（図3.4） [22]。

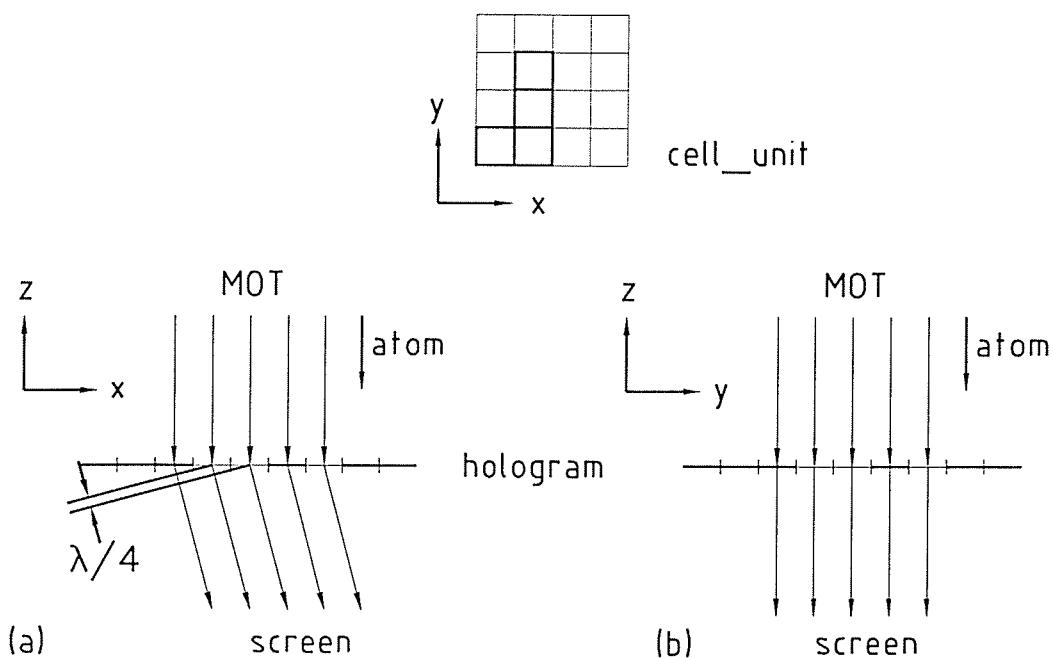


図 3.4: 平面波ホログラムの原理図。ホログラムの真下より x 軸に沿って少しずれた方向に回折される部分波に注目する。yz 断面内で隣り合ったセルから回折される部分波の位相は等しいが、xz 断面内では位相に一定の差が存在する（位相差が $\lambda/4$ になるように回折像の方向をとる）。

製作したホログラムは文字”F”を再生するように設計されており、セルの形は300nm角の正方形、セル間隔も300nmで、 128×128 のセルユニット（ 512×512 のセル）から構成されている。面積を稼ぐためにこれを更に 10×10 個並べてあり（約1.5mm角）、このバイナリパターンは厚さ100nmのSiN薄膜上にほどこしたフォトレジストに電子ビーム描画システムにより移され、 CF_4 プラズマエッチングにより穴を開けている（図3.5）。

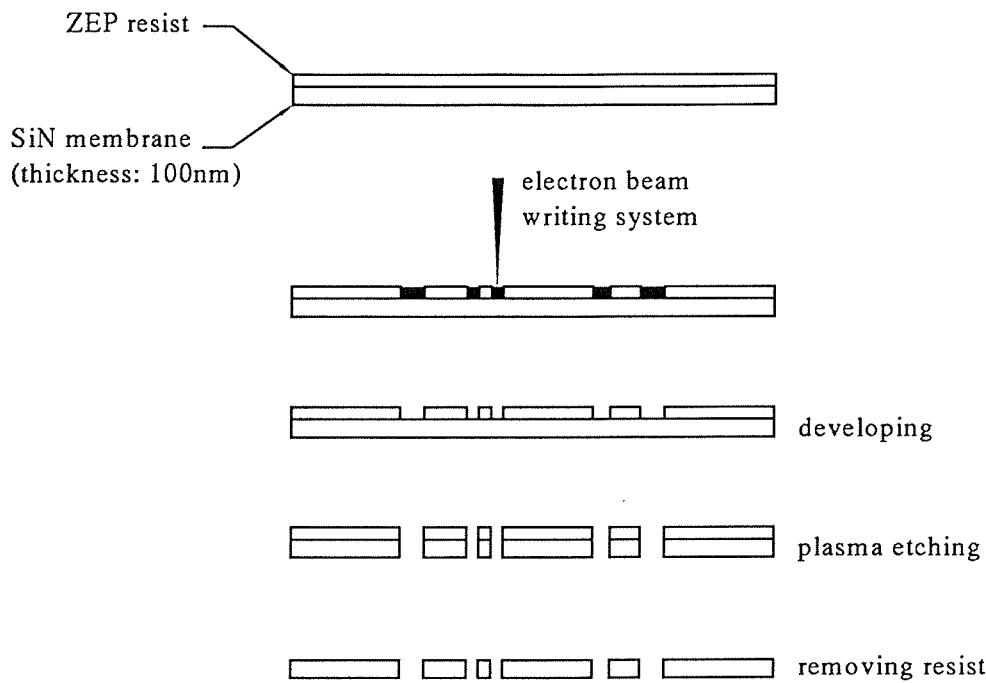


図3.5: ホログラムの作製プロセス（断面図）。SiNの薄膜に電子ビーム露光により穴を開ける。

3.4 実験

室温の原子を原子源として使った場合、100nmの構造を作ったとしてその回折角は 10^{-4} のオーダーであり、その角度内で何かを描くことは困難である。そこでこの実験では原子をレーザー冷却・トラップして原子源として使っている。

3.4.1 原子種の選択

そこで原子線ホログラフィーに用いる原子の選択であるが、まずレーザー冷却が可能なことがある。すでに述べたように閉じた2準位を持ち準位間に強い遷移モーメントがあること、上準位の全角運動量が下準位のそれより1だけ大きいことと、さらに実際にその遷移波長の連続発振の線幅の狭い安定なレーザーが入手可能または作れることが必要である。

このような制約から今までにトラップされている原子種は、アルカリ原子 (Na、Cs、Li、Rb)、希ガス原子 (Ne、Ar、Kr、He、Xe)、アルカリ土類原子 (Ca、Sr) などに限られており、実際比較的容易にトラップ出来る原子種はすでにはほぼ網羅されている。

今回の実験では希ガス原子 (Ne) を用いるが、これは、トラップ遷移の下準位が準安定状態 ($J=2$) で、容易に $J=0$ のもう一つの準安定状態に光ポンプでき、

- 光ポンプされたトラップ中の原子は自由落下を始めるが、光ポンプレーザーをトラップの中心でフォーカスさせておくことにより理想に近い点原子源となる
- この準安定状態が $\sim 17\text{eV}$ のエネルギーを持つため、マイクロチャンネルプレート (MCP) を用いて高い量子効率 ($\sim 50\%$) で原子を2次元検出できる
- $J = 0$ の準位するために落下中に外場の影響を受けにくい

など、原子線ホログラフィーの実験に最も適していると考えられるからである。

Ne原子の諸パラメータと準位図を付しておく。

3.4.2 実験装置

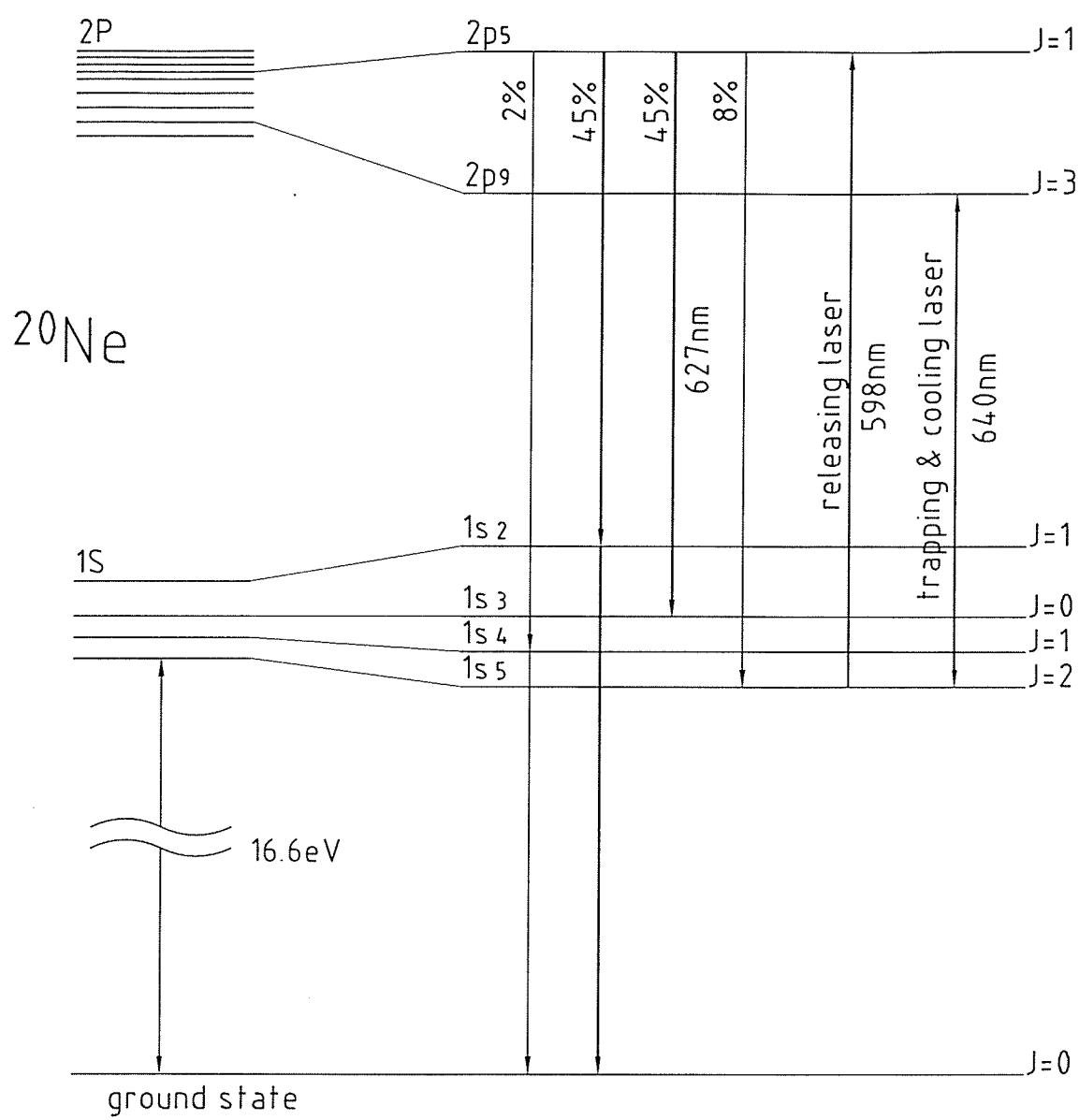
実験装置は大まかに分けて光源と真空槽に分けられる。データの取り込み、積算系については実験方法の節で解説する。

真空槽

ビームソース、偏向器、減速用の Zeeman 同調ソレノイド、トラップコイルなどレーザー冷却・トラップを行う領域と、トラップから解放した原子を自由落下、ホログラムで回折させる干渉筒の二つの部分から構成されている。

^{20}Ne	
冷却遷移 ($1p_5 - 2p_9$) の波長	$\lambda = 640.4nm$
$2p_9$ 状態の寿命	$\tau = 19ns$
最大加速度	$a_{max} = \frac{\hbar k}{2m\tau} = 8.2 \times 10^5 [m/s^2]$ ($k = 2\pi/\lambda$)
初速度 (@300K)	$v = \sqrt{2k_B T/m} = 500 [m/s]$
停止までの吸収・放出サイクル数	$N = \frac{mv}{\hbar k} = \frac{\lambda}{h} \sqrt{2k_B T m} = 16000$
停止時間	$t = 2N\tau = 0.61 [ms]$
停止距離	$l = \frac{1}{2}vt = \frac{2\lambda\tau k_B T}{h} = 150 [mm]$
doppler限界	$T_{doppler} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B} = 186 \mu K$ ($\gamma = 1/\tau$)
反跳速度	$\frac{\hbar k}{m} = 3.1 [cm/s]$
反跳限界	$T_{recoil} = \frac{(h/\lambda)^2}{2mk_B} = 1.2 [\mu K]$
飽和光強度	$I_{sat} = \frac{2\pi^2 hc}{3\lambda^3 \tau} = 4.2 [mW/cm^2]$
$1s_5$ 状態のエネルギー	$16.62 eV$

表 3.1: Ne 原子の諸パラメーター

図 3.6: ^{20}Ne のエネルギー準位図

ビームソースはノズルからの Ne ガスの吹き出しで、ノズル部分に電極を設けて放電させ $1s_5$ の準安定状態に放電励起している。またノズル部分を液体窒素で冷却することにより原子の初速を出来るだけ押さえている。

偏向器では折り返されたレーザー光（冷却光と同じ波長）と原子を相互作用させ $1s_5$ 状態の原子だけ進行方向を曲げてその他の状態の原子と分離するほか、横方向の冷却も行われるので、偏向器を使用することによりビーム強度が上がっている。

Zeeman ソレノイドとトラップコイルの役割は既に述べたとおりだが、前者は扁平なホルマル線で水冷管の外側に巻いてあり、一方後者は銅管で出来て冷却水が通してあり真空槽内にある。

干渉筒はトラップの下に取り付けられている。原子を最終的に検出する MCP は干渉筒の下部、トラップの約 82cm 下にあり、ホログラムはその間の適当な高さに置かれる。

光源

レーザー冷却・トラップ用光源（以下冷却レーザー）、光ポンプ用（後述）光源として Ar イオンレーザー励起リング型色素レーザー R899-21（米コヒーレント社製）を一台ずつ使っており、冷却レーザーは飽和吸収セルに安定化してあるが、光ポンプレーザーは特に安定化は施していない。使用色素はそれぞれ DCM と Rhodamin6G である。

3.4.3 実験方法

準安定状態 $1s_5$ ($J=2$) Ne 原子を磁気光学トラップにトラップしておき、この原子をもう一つの準安定状態 $1s_3$ ($J=0$) に光ポンピングすることによってトラップから解放・自由落下させる（図 3.6）。ポンピング光はトラップの中心でフォーカスしているので、そのビームウェスト径程度のサイズの点原子源とみなすことができる。自由落下を始めた原子はトラップの鉛直方向下 $l_1 = 400mm$ に置かれたホログラムを通り、さらにその下 $l_2 = 420mm$ に置かれたスクリーンに到達して 2 次元的に検出される。スクリーンとしては MCP を使用している。検出された原子は重心位置を計算して記録・積算される。ホログラムの位置での原子のドブロイ波長は 7.1nm である。

ところで実際の実験配置ではフラウンホーファー近似は成り立っていない。

フラウンホーファー近似が成り立つためには開口（ホログラム）による回折拡がりが開口の

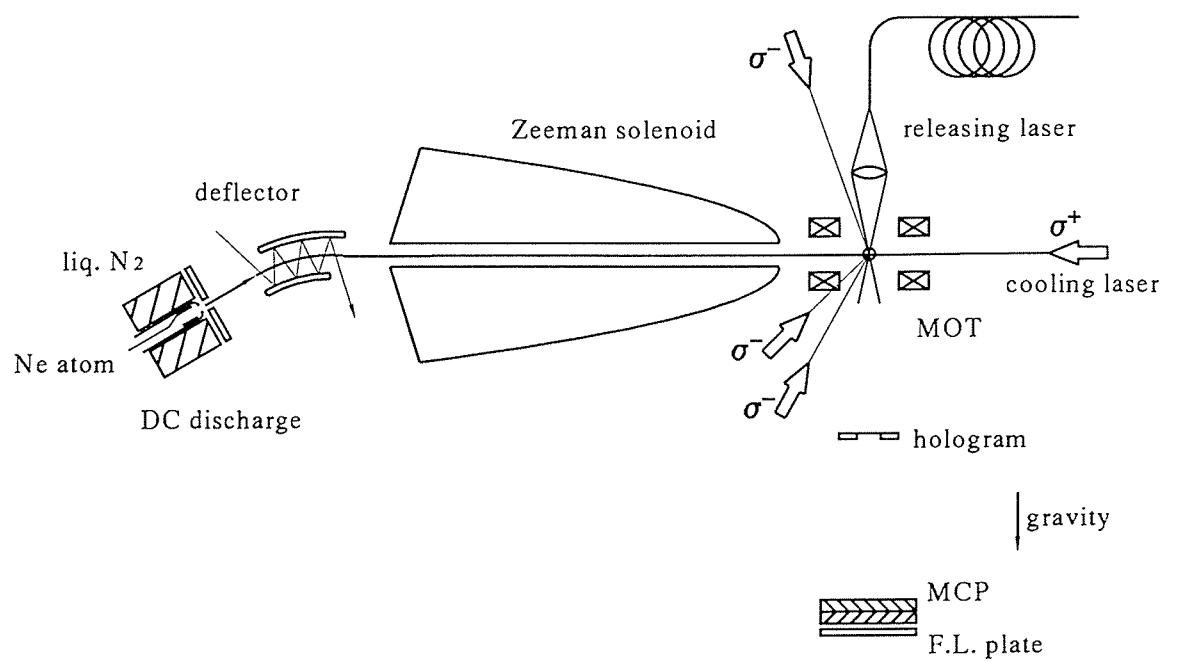


図 3.7: 実験配置図。

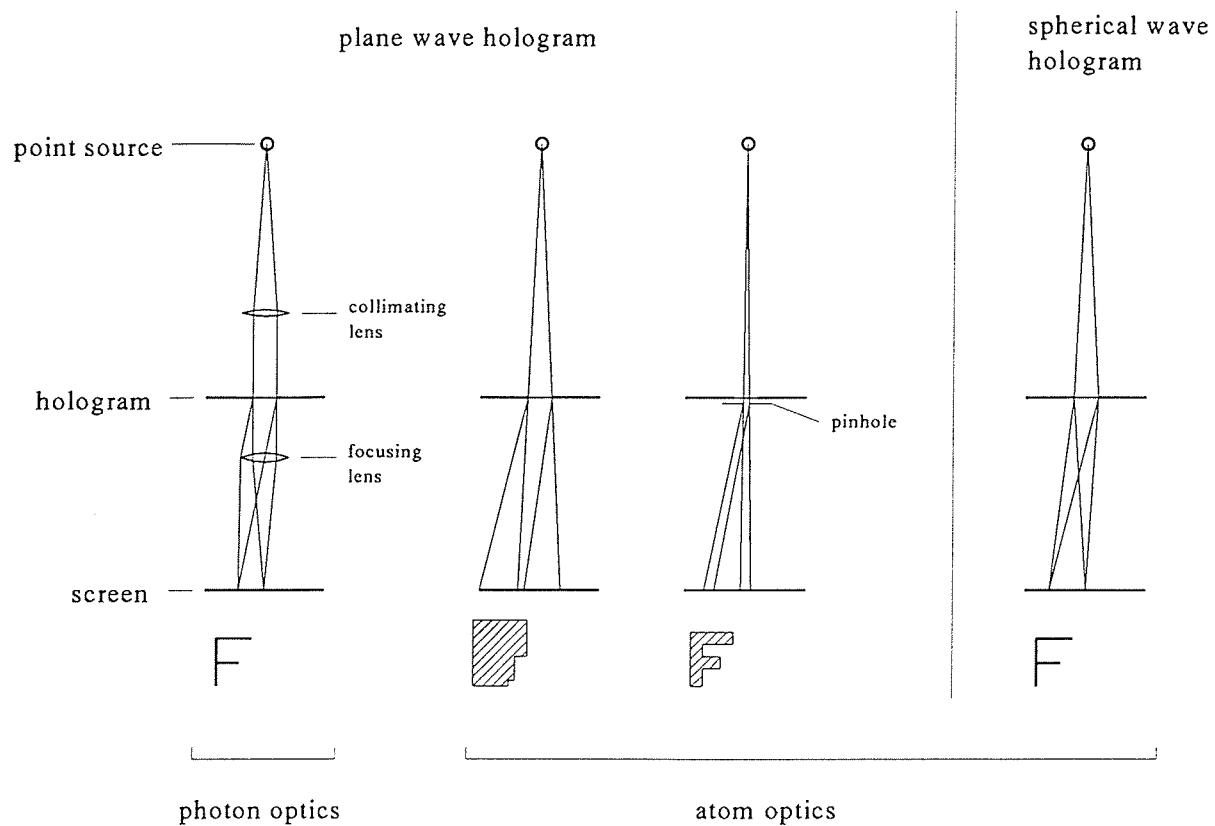


図 3.8: 左の3つは平面波に対して設計されたホログラム。コリメーション・フォーカス用のレンズを挿入すれば鮮銳な再生像が得られるが（一番左）、実際の実験ではピンホールを入れることにより文字再生に必要な最低限の分解能を得ている（3番目の図）。元々球面波に対して設計しておけばレンズなしでもシャープな再生像が得られる（一番右の図）。

幾何学的な影より大きくなる必要があるが、いまの実験条件では前者が μm オーダー、後者が mm オーダーである。鮮鋭な像を得る（実効的にフラウンホーファー近似を成り立たせる）ためには光の場合はホログラムの前後にコリメート・フォーカス用の凸レンズを入れれば済むことであるが、原子の場合凸レンズを用意することは容易でない（静電場・磁場による軸回転対称な薄肉光学系は安定な準位にある高速運動中性原子に対しては必ず凹であることが知られている [23, 24]・付録参照）。そこでホログラムは単独で用い回折像があまりボケないようにホログラム直下に $0.2mm\phi$ のピンホールを置きビーム径を制限している（「ピンホールホログラフィー」！）。再生像の分解能はピンホールをスクリーン上に投影した大きさ（約 $0.3mm$ ）で決まる。

データの取り込み

データの取り込みの過程は以下の通りである。

準安定状態の原子が MCP にあたると、2 次電子が放出され MCP の直後に置かれた蛍光板が光る。この様子を CCD カメラで撮影し、その映像信号（NTSC コンポジット）をビデオキャプチャーボードによりパーソナルコンピューター（IBM PC 互換機・以下 PC）に取り込み、原子の重心位置を計算しこれを記録する。

実際には CCD カメラの感度がやや不足するために MCP と CCD カメラの間にイメージインテンシファイア（II）を入れてある。

画像の取り込みは CCD カメラで撮影した毎秒 60 コマのフィールドすべてを PC に取り込み解析できれば理想的であるが、遅い ISA バス I/O 転送のボード（マイクロテクニカ製 MT-AT/MN）を用いたために一画面（ 512×256 ドット $\times 8$ ビット）のデータ転送に約 0.4 秒かかり、とても間に合わない。ただし CCD で撮影した映像信号の画像ボード上のメモリへの取り込み自体はリアルタイムで行える。

そこで、CCD の映像信号のボードへの取り込みはリアルタイムで行っておき、別に原子の検出の有無をハードウェア的に検知し、検知されたコマについてのみ PC へ画像データを転送し解析を行うという方法を探った。これは実際に原子が映っている（つまり原子が検出されている）のが数コマに 1 コマ程度なためである。

また画像データの転送は全画面のうち必要な範囲についてのみ行うことにより転送時間を節約している。

ただしこれだけではデータの取りこぼしが多いので、さらに CCD の映像はビデオテープレ

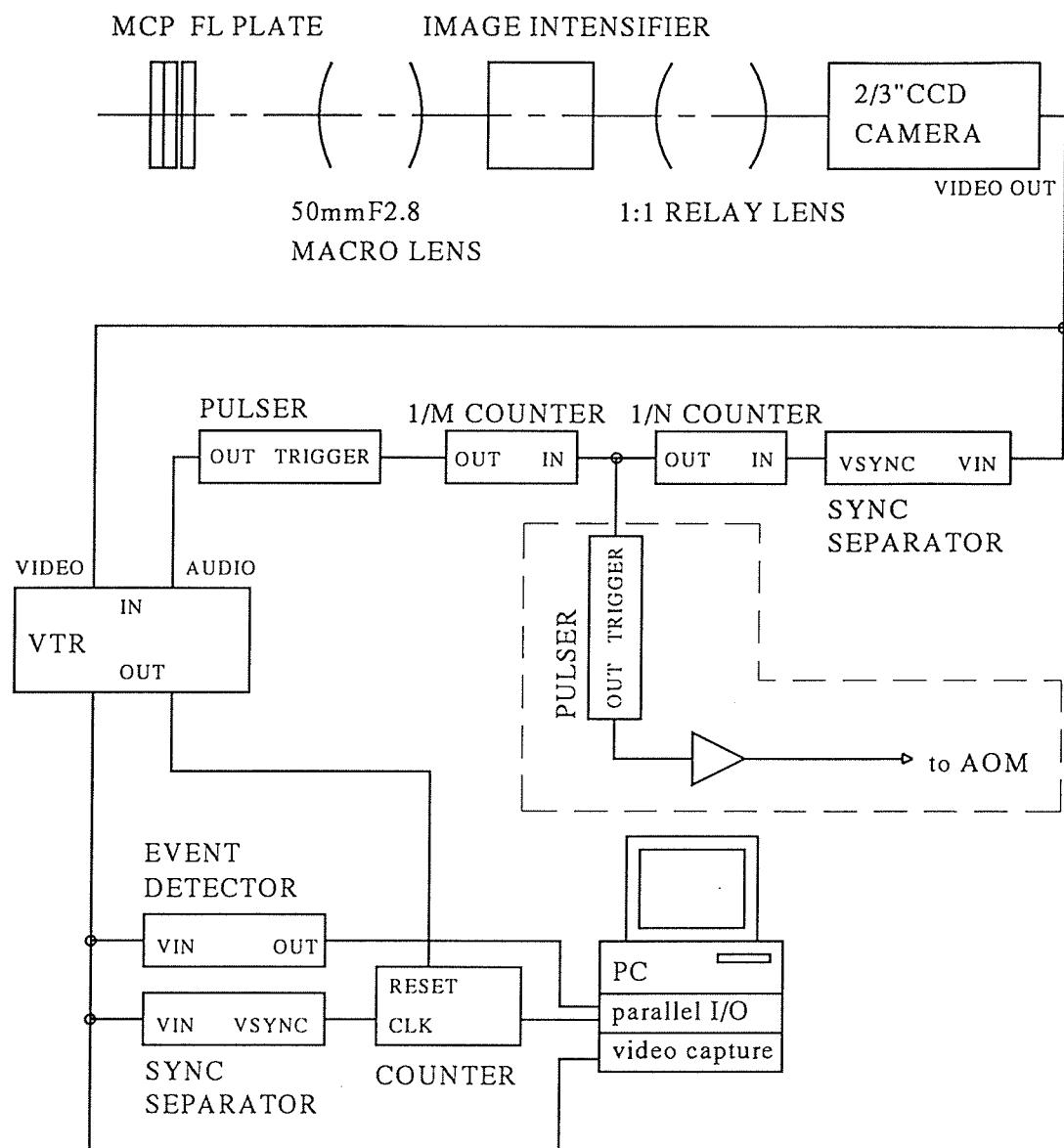


図 3.9: 検出した原子の位置データ処理のブロック図。EVENT DETECTOR と書かれたブロックで原子が検出されたかを判断し、実際に原子が映っているコマのみを取り込むことにより処理の高速化を図っている。(点線の枠内の部分は今回は使用していない)

コーダ（VTR）に録画しておき、後で数回再生し積算を行った。録画の際には音声信号に適当な間隔でマーカーを入れてあるので、再生して解析するときにはマーカーから数えて特定のコマのみを解析するようにし、数回の再生・解析ですべてのコマが漏れや重複なく積算されるようになっている。マーカーは TTL のシングルパルスを VTR の音声入力端子に直接入力して記録したが、これだと再生時に信号レベルがかなり小さくなるので、トーンエンコーダー・デコーダーを使うように改善すべきであろう。

なお今回は行わなかったが、このマーカーを使って時間分解測定をすることも可能である。

重心計算

原子の検出位置の算出で基本的に行っているのは次の通りである：まず適当な輝度の閾値を設定しておき、画像データでそれを越える輝度を持つ点について輝度を重みとする位置の平均をとるのである。ただししきい値を越える輝度をもつ点が広い範囲に分布している場合には、複数の原子が検出されたとみなし、そのデータは破棄する。

実際に用いたアルゴリズムは、複数の原子が検出されている場合でもある程度救えるように改善されている：上から下へ画像データを水平スキャンし、連続してしきい値を越える水平スキャンのある範囲を調べる。この領域について前述の検出アルゴリズムを適用する。

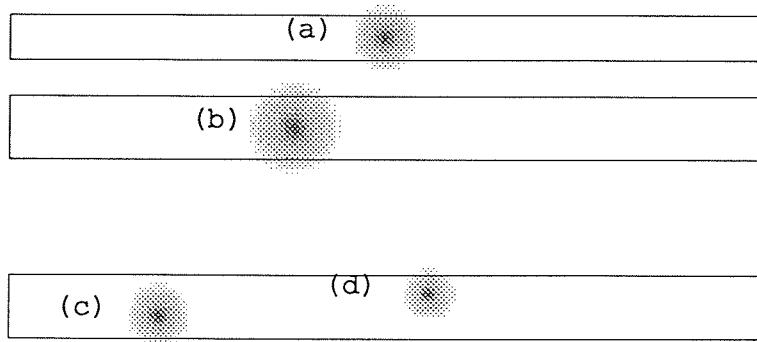


図 3.10: 重心検出。四角で囲まれた部分が連続してしきい値を越える輝度の点が存在する水平スキャンの領域。(a) と (b) の原子のように上下方向に分離している場合は正しくそれぞれの重心が計算されるが、(c)、(d) のようなデータは破棄される。

従って、1 コマに複数の原子が検出されていても、それらが上下方向に分離していればよいのである（図 3.10）。

3.4.4 実験結果

一つのセルユニットを 4×4 のセルに分解しているため、再生像は一つではなく、多数の次数の像が現れている。実験結果を図 3.11 に示す。

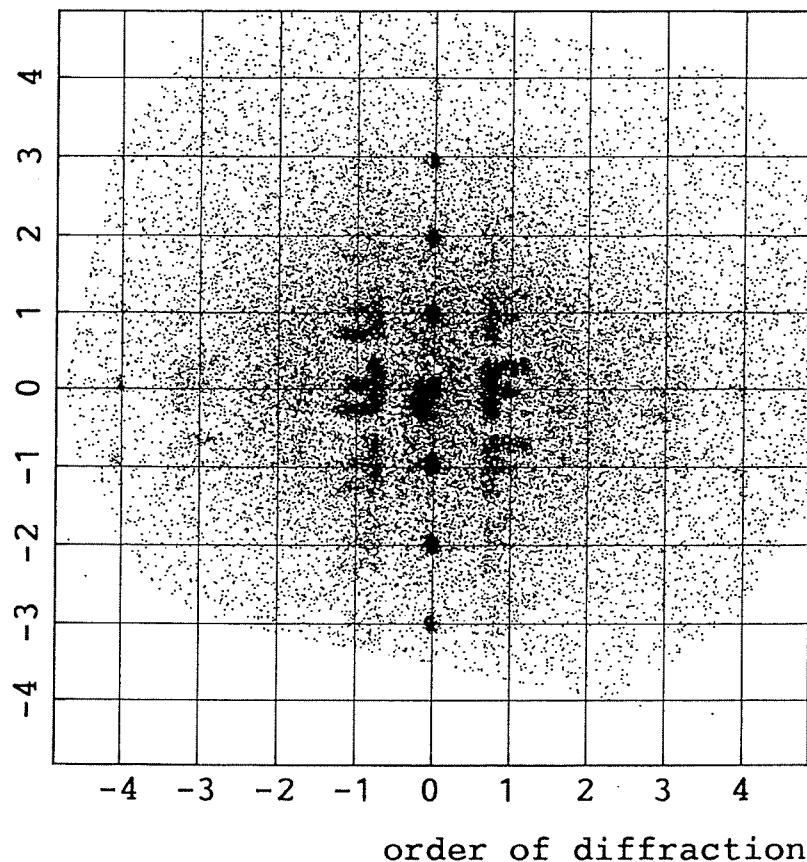


図 3.11: 平面波ホログラムによる再生像。

積算時間は約 10 時間でおよそ 6 万個の原子が落ちてきている。横方向 (X 軸方向) は位相を表現しているので、 $4n + 1$ 次は正立像、 $4n - 1$ 次は共役像になる。 $4n + 2$ 次は $\pm\pi$ 位相の穴がほぼ同数であることから消える。セルユニット内の縦方向 (Y 軸方向) は電場の大きさを表しているて、穴の総数だけが意味があり穴の位置には任意性がある。このホログラムではセルユニットの端に寄せて穴を開けているためにセルユニットの大きさを間隔とする擬周期構造があり、このため連続した次数に像が現れている。ランダムに開ければ 0 次の他 ± 4 次の像が薄く現れるだけのはずである。

第4章 球面波ホログラム

実際に原子を自在に制御するにはフラウンホーファー回折像（遠距離にできる回折像）を見ていたのはだめで、任意の距離・場所に任意の強度と位相で原子波を送り込めなくてはいけない。このためには入射原子波が球面波であり、さらにスクリーンが有限距離にあることを考慮に入れてホログラムを設計する必要がある。これはフォーカシング用の凸レンズの機能をホログラム自身に持たせると見ることもでき、回折の取り扱いを先のフラウンホーファー回折近似からフレネル回折近似に変えることに相当する。[27]

物質波のフレネル回折

物質波で最初にフレネル回折が観測されたのは中性子である。Kearney らはフレネルレンズを通すことにより低速中性子線が集光されることをみた[18]。用いられたフレネルレンズは基板に厚さ $22\mu m$ の銅（行路長差にして $\pi/2$ に相当）を同心円状に付着させた位相差型のものである。フレネルレンズは 2 次元的なものであるが、ビームを水平に飛ばしているために上下方向の重力落下による軸外収差が大きく、実際の中性子の検出は水平方向に 1 次元的に行っている。

原子では Carnal らが同様にフレネルレンズによる集光を観測している[19]。使ったフレネルレンズはもちろん強度型である（金箔に微細加工により穴をあけたもの）。

4.1 球面波ホログラムの設計

4.1.1 設計方針

平面波ホログラムの最大の問題点は「ホログラム自体がビームを集束させる機能を持たないために凸レンズを併用しない限り像がぼやける」ことである。既に述べたように中性原子用の

凸レンズを作ることは困難なので、凸レンズの機能をホログラムに組み込むことを考える。これには回折の扱いをフラウンホーファー回折からフレネル回折に改めればよい。

設計方法であるが、"F"のホログラムの設計に使った技法をフレネル回折に応用するのはいささか見通しが悪いように思える。すなわち、"F"ホログラムの設計ではホログラムから見て特定の方向（セルピッチに対応する1次回折角の $1/4$ の角度方向）にあるスクリーン上の点近傍にできる回折像に注目して設計を行ったが、フレネル回折においてはスクリーン上の1点の方向はホログラム上のどの位置から見るかによって異なってしまう。

またこの設計方法はセルユニットという概念を使っているために、再生像の描画範囲が狭い、という欠点をもつ。つまり、 4×4 セルの大きさを持つセルユニットがホログラムの振幅透過率の表現単位になっているので、セルピッチに対応する1次回折角を一辺とする四角の領域と比べて大きさで $1/4$ 、面積で $1/16$ の範囲にしか像を描くことができない（図4.1）。もし1セルを階調の表現単位とすることが出来れば、共役像の発生は避けられないとしても、面積で $1/2$ （"F"ホログラムの8倍）の範囲には描画できるはずである。

4.1.2 設計手順

このようなことからホログラムの原理に立ち返り新たな設計方法をとった。

手順は次の通りである：再生したい像を用意 → 「理想的な」ホログラムの透過率を計算 → 実数化 → 正値化 → 2値化

再生したい像を用意

再生したい像 $g(X, Y)$ を用意する。「絵」として再生すればよい場合は、振幅の絶対値のみが重要なので再生像にランダムな位相を各点 (X, Y) で与えておくと都合がよい：

$$g(X, Y) \rightarrow \exp(2\pi i \operatorname{rand}())g(X, Y) \quad (4.1)$$

（但し $\operatorname{rand}()$ は 0 と 1 の間の値をとる一様乱数）

ホログラムの透過関数は基本的に再生像のフーリエ変換、すなわち空間スペクトルであり、これを有限の振幅（0 と 1 の間）に押し込めなくてはならないため、空間スペクトルに鋭いピークがあると有効なダイナミックレンジが狭まる。再生像にランダムな位相を与えると空間スペクトルが比較的一様になるので再生像のコントラストが向上するほか、ホログラムの一部に傷

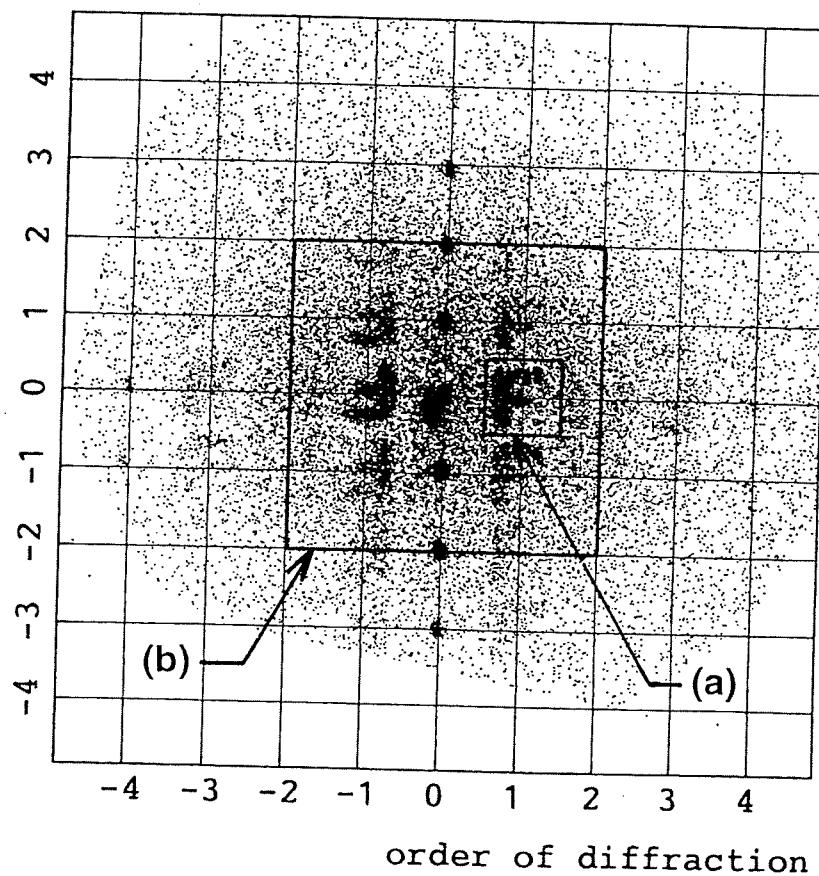


図 4.1: (a) が”F”ホログラムで描画可能な最大の範囲。セルピッヂに対応する1次回折角を一辺とする領域 (b) と比べて $1/16$ の面積しかない。

があっても失われる再生像の空間スペクトルが分散化されているので、再生像には影響が出にくい。

もちろん位相込みで像 $g(X, Y)$ を再生したい場合は、そのままを使う（図 4.3(a)）。

ホログラムの透過関数 f の計算

自由空間中の場合

まず自由空間中で考える。原子は点原子源から出ていて一定の速さ v （波数 k ）を持っており、 L_1 離れたホログラムを通って更に L_2 離れたスクリーンへ向かうとする（ホログラムとスクリーンは平行・座標は図 3.2 参照）。光と原子波はいずれも Helmholtz 方程式に従うので原子波の回折は光と同様に計算できる。すなわちホログラムの振幅透過関数を $f(x, y)$ とするとスクリーン上の原子波の振幅（再生像） $g(X, Y)$ との関係はフレネル回折近似で次のようになる：

$$\begin{aligned} g(X, Y) &= C_1 \int \exp\{ik(L'_1 + L'_2)\} f(x, y) dx dy \\ &= C_2 \exp\left(ik \frac{X^2 + Y^2}{2L_2}\right) \int \exp\left(-ik \frac{xX + yY}{L_2}\right) \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2L}\right) f(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (4.2)$$

但し、

$$\begin{cases} L'_1 = \sqrt{L_1^2 + x^2 + y^2} \\ L'_2 = \sqrt{L_2^2 + (X - x)^2 + (Y - y)^2} \end{cases} \quad (4.3)$$

$$L = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)^{-1} \quad (4.4)$$

である（ L は焦点距離）。そこで、「球面波の変調がかかった関数」 $\tilde{g}(X, Y)$ 、 $\tilde{f}(x, y)$ を

$$\begin{cases} \tilde{f}(x, y) = \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2L}\right) f(x, y) \\ \tilde{g}(X, Y) = \exp\left(-ik \frac{X^2 + Y^2}{2L_2}\right) g(X, Y) \end{cases} \quad (4.5)$$

で定義すれば、(4.2) は

$$\tilde{g}(X, Y) = C_2 \int \exp\left(-ik \frac{xX + yY}{L_2}\right) \tilde{f}(x, y) dx dy \quad (4.6)$$

と書き直され、 \tilde{g} は \tilde{f} のフーリエ変換であることがわかるから、逆フーリエ変換により \tilde{f} が、さらに (4.5) を使って f が計算される。

一様重力場中の原子

一様重力場中を自由落下する原子は放物運動をするが¹、一緒に自由落下する座標系から見れば等速直線運動（自由運動）をしている。回折の様子は原子がホログラムを通過する時のホログラムとの相対速度 v で決まるから、自由空間の時の議論は $L_1 = vt_1$ 、 $L_2 = vt_2$ とすれば今の場合も成り立つ。但し t_1 、 t_2 はそれぞれ原子の原子源からホログラム、ホログラムからスクリーンまでの飛行時間である。実験ではトラップを原子源としているので原子の初速度を 0 とすると、 L_1 、 L_2 と実際の点原子源とホログラム、ホログラムとスクリーンの距離 l_1 、 l_2 との関係は

$$L_1 = 2l_1 \quad (4.7)$$

$$L_2 = 2\sqrt{l_1(l_1 + l_2)} - 2l_1 \quad (4.8)$$

と求まる（図 4.2）。従ってこれを (4.4) ~ (4.6) に代入すればよい。

実数化

実際のホログラムの透過関数は実数値しかとれないので、ここでは単純に $f(x, y)$ の実部をとる：

$$f(x, y) \rightarrow \frac{1}{2}\{f(x, y) + f^*(x, y)\} \quad (4.9)$$

L_1 と L_2 が無限大の極限では再生像は単純に透過関数のフーリエ変換であるから、この操作は元々再生したかった像 $g(\theta_X, \theta_Y)$ の他に光軸に対称な位置に共役像 $g^*(-\theta_X, -\theta_Y)$ を作り出す。 L_1 か L_2 が有限な場合は再生したい像の像面と共役像面は互いにホログラムの反対側に來るので共役像は再生像面上ではぼやける（図 4.3(b)）。再生したい像は共役像と重ならないように、例えば原点を通る直線の片側に配置する必要がある。

¹細かいことを言えば光も重力により軌道が曲げられるが地球上では普通はまっすぐ進むとしてよい。

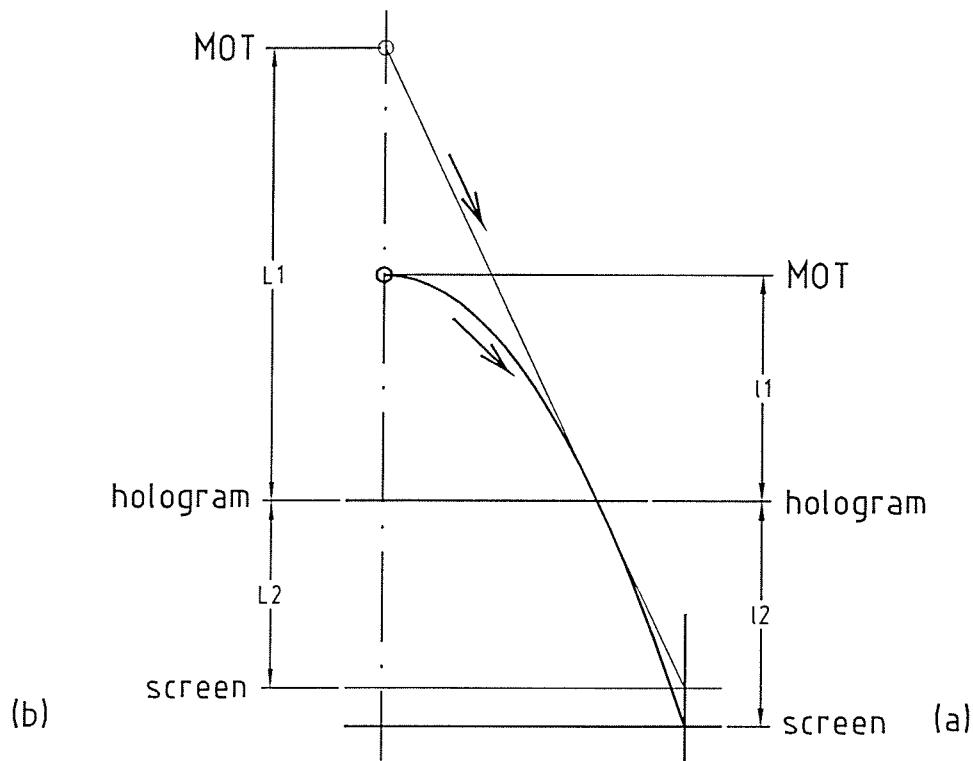


図 4.2: 一様重力場中を自由落下する原子。(a) 実験室系から見たとき。(b) 慣性座標系から見たとき。ただし原子がホログラムを通過する瞬間に実験室との相対速度が 0 になるように座標をとっている。

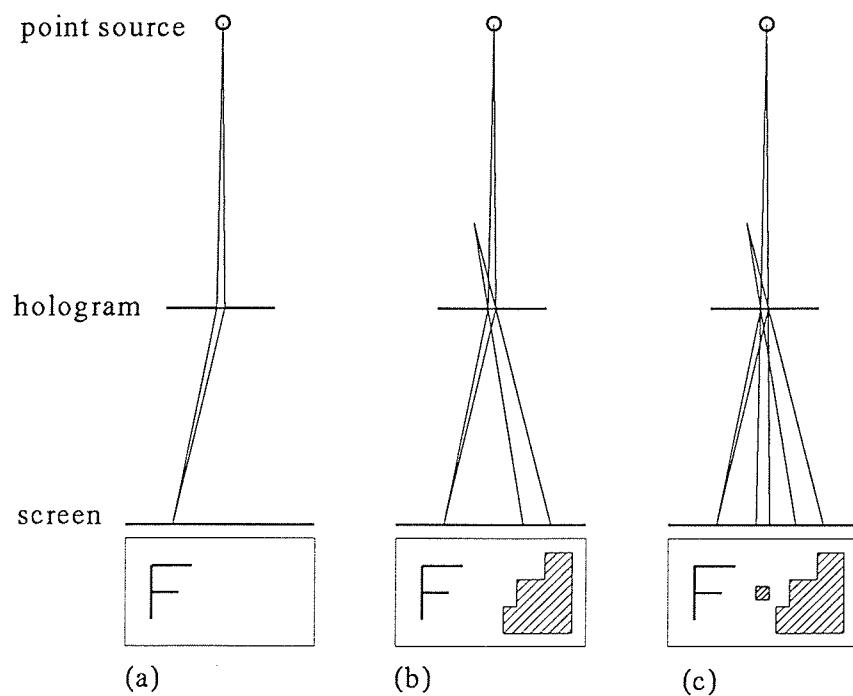


図 4.3: (a) 用意する再生像。 (b) 実数化すると共役像（虚像）が現れる。 (c) 正値化するとさらに 0 次の回折像（ホログラムの影）が生じる。

正値化

透過関数は非負値しかとれない。対処法としては $f(x, y)$ にゲタを履かせるのが数学的にはわかりやすい。

$$f(x, y) \rightarrow f(x, y) + |f_{min}| \quad (4.10)$$

しかしこの方法だと（透過率のダイナミックレンジを最大に取ろうとすると）次の2値化の過程でおよそ半数のセルに穴を開けることになる²。穴の大きさとセルピッチが等しいホログラムの場合、構造上の問題として「島」（穴に囲まれた穴の開いてない部分）を作ることが出来ないので透過率をあまり上げられない、という事情があるので、ここでは代わりに負のときは0で置き換えるという方法を探っている：

$$f(x, y) \rightarrow \begin{cases} f(x, y) & f(x, y) > 0 \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (4.11)$$

いずれの方法でも $f(x, y)$ の積分値 ((0, 0) の空間スペクトル成分!) が 0 でなくなるので、 L_1 と L_2 が無限大のとき再生像の原点に強い 0 次の回折スポットが生じる。 L_1 か L_2 が有限な場合、これはホログラムの「影」として現れる（図 4.3(c)）。

2 値化

最後に適当な階調表現法により $f(x, y)$ の 2 値表現を行う必要がある。

印刷物等では通常 $N \times N$ の点（セル）の集まり（PBH のセルユニットに対応）を 1 単位として、そのうちいくつの点を”黒く塗る”かで $N^2 + 1$ 階調を表現するが、解像度は $1/N$ に落ちる。すなわちホログラムでこれを行うと描画範囲が $1/N$ （面積で $1/N^2$ ）になってしまい（”F” ホログラムでは $N = 4$ ）。

そこで、代わりに 1 セル単位で一つの階調を表現することを考えよう。具体的には、1 の目が $f(x, y)$ に比例する確率で出る（0、1 の目をもつ）サイコロを振り、1 が出たときに穴をあければよい。それには、まず $f(x, y)$ の最大値が 1 になるように規格化しておき、それに 0 と 1 の間の一様乱数を足した値が 1 を超えたときに穴をあけることにすればよい：

² 再生したい像が特殊なものでなければ $f_{max} \sim -f_{min}$ である。

"NEC" ホログラム	
セル数	1024 × 1024
セルピッチ	500nm
MOT - ホログラム間距離	400mm
ホログラム - MCP 間距離	420mm
焦点距離 (自由空間)	241mm

表 4.1: "NEC" ホログラムのパラメーター

$$f(x, y) \rightarrow \begin{cases} 1 & f(x, y) + rand() > 1 \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (4.12)$$

($f(x, y)$ が負のときは必ず 0 になるので先の正值化の手続きは省略できる)

4.1.3 最初の球面波ホログラム

最初の球面波ホログラムとして、設計通り凸レンズの効果が働いているかわかりやすいよう に F 値 (口径比) の大きいものを設計した。設計した球面波ホログラムの穴のパターン、再生像の計算機シミュレーションを図 4.4、図 4.5 に示す (原図は白地に黒で "NEC" と書いたものである)。また図 4.6 は作製したホログラムの走査式電子顕微鏡写真である。

諸パラメーターは以下のようになっている (表 4.1)。

光による予備実験

この設計でうまく像が再生できるか原子で実際に実験を行う前に光による予備実験を行った。

印刷した設計パターン (図 4.4) をマイクロフィルム上に約 21mm 角に縮小撮影し、これを ホログラムとして He-Ne レーザーで像再生を試みた (図 4.7)。

He-Ne レーザーとホログラムの距離 l_1 をおよそ 13.5m に固定し、ホログラムとスクリーンの 距離 l_2 を変えてみたところ約 7.1m のところで鮮明な像が得られた。

nbnec1h.bmp : 1024 * 1024

number of holes : 87313

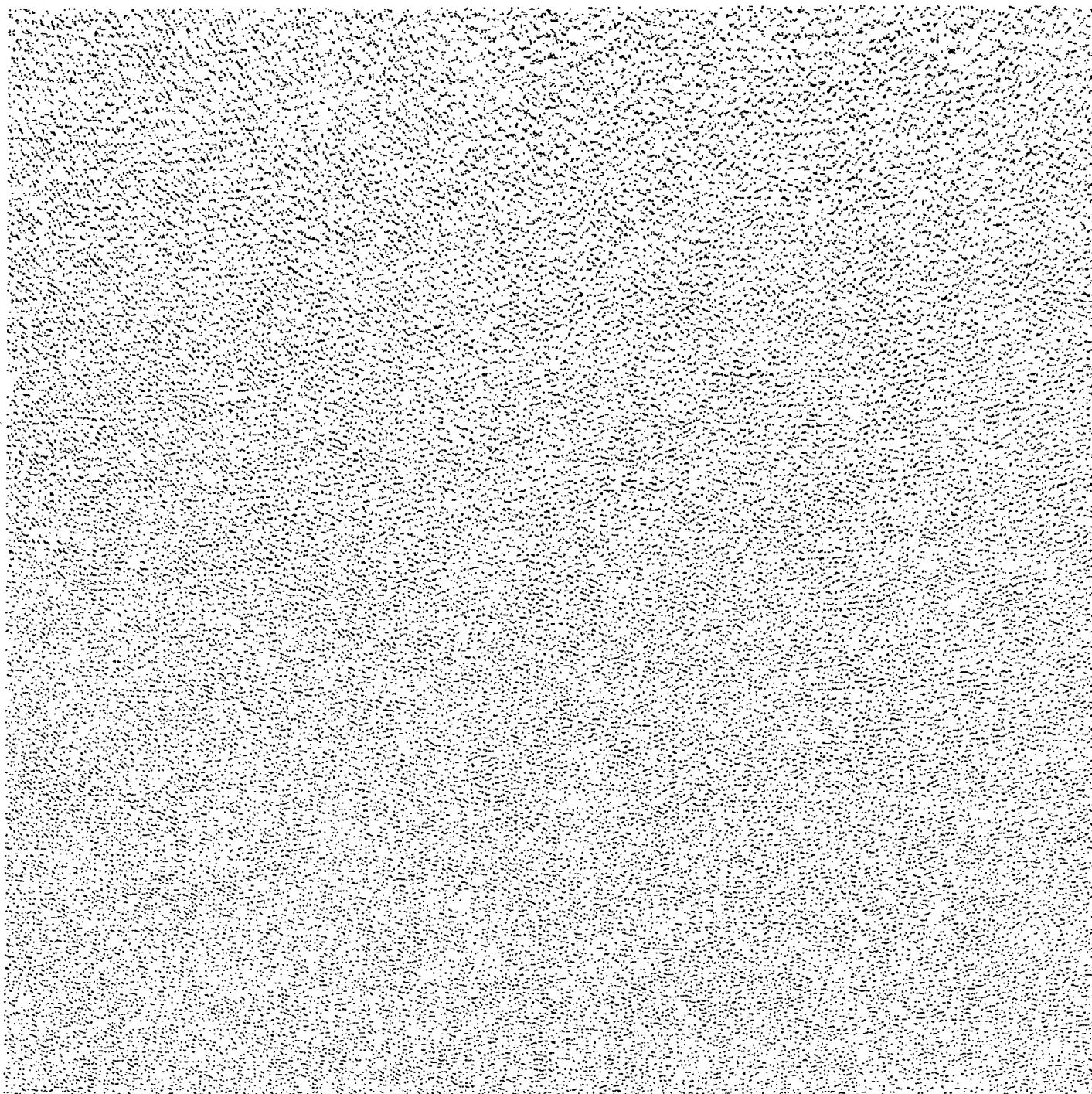


図 4.4: "NEC" ホログラムの設計パターン。

4.1. 球面波ホログラムの設計

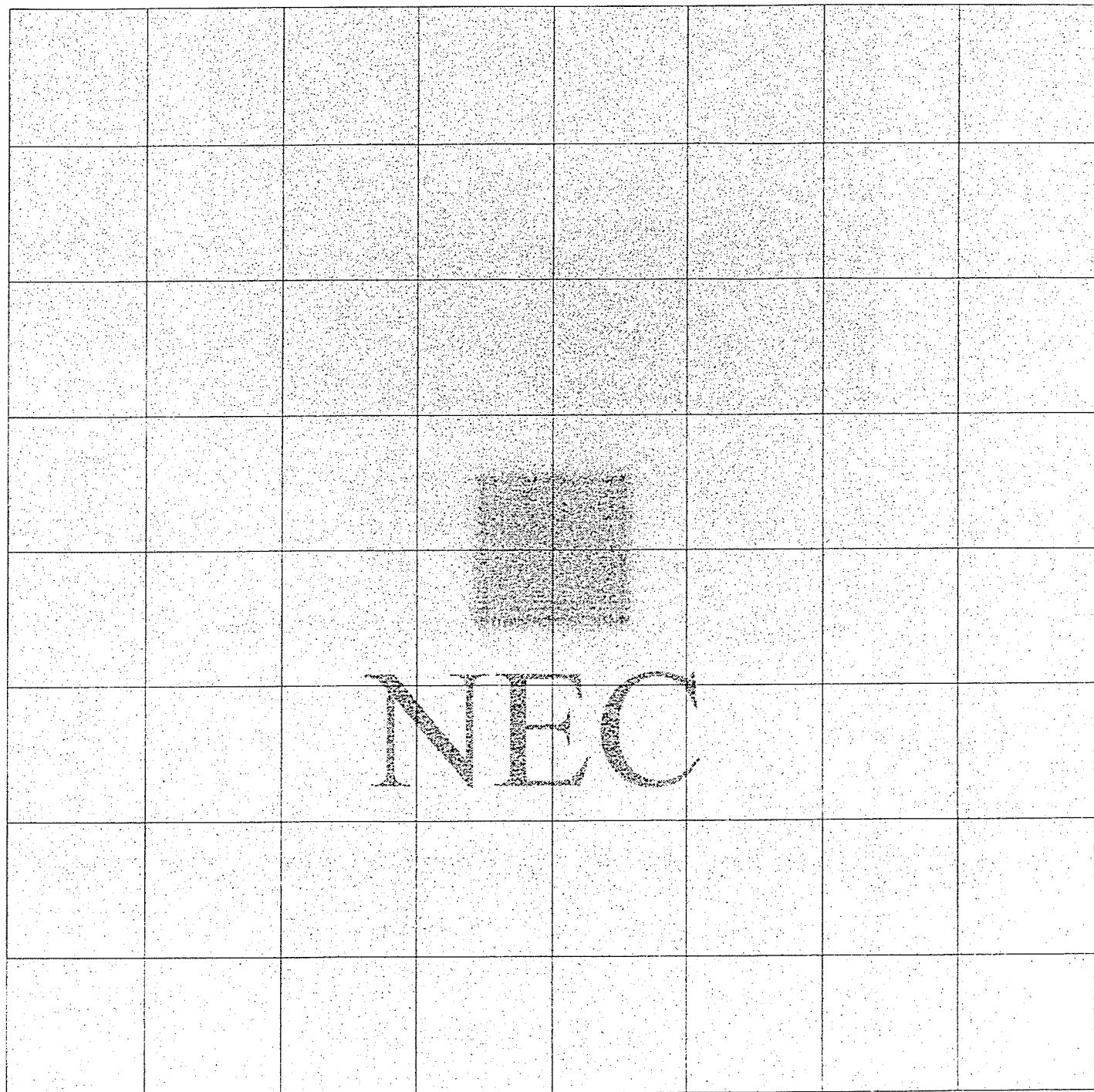


図 4.5: "NEC" ホログラムの再生像の計算機シミュレーション。

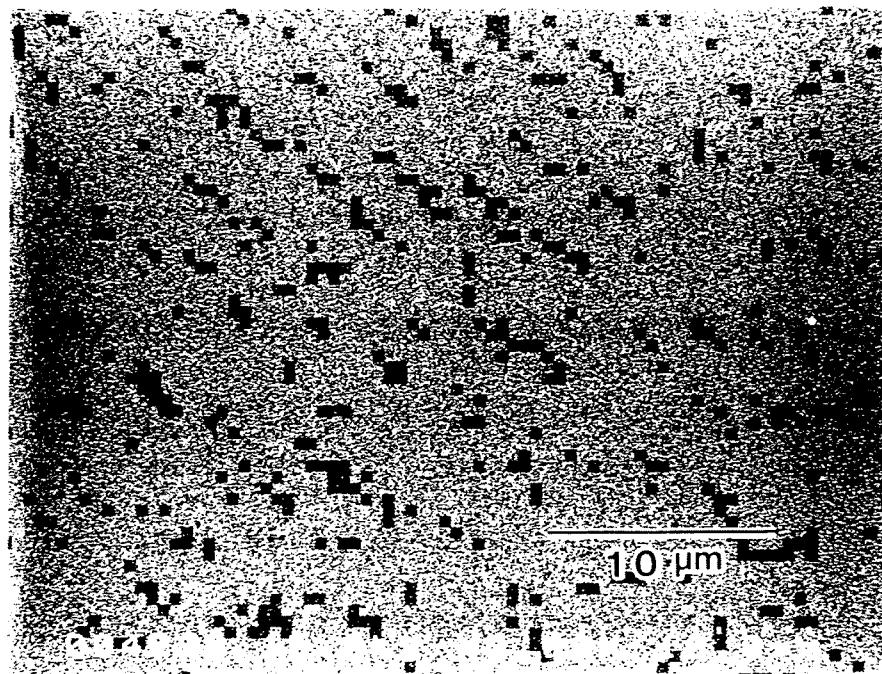


図 4.6: 作製した"NEC" ホログラムの走査式電子顕微鏡写真。

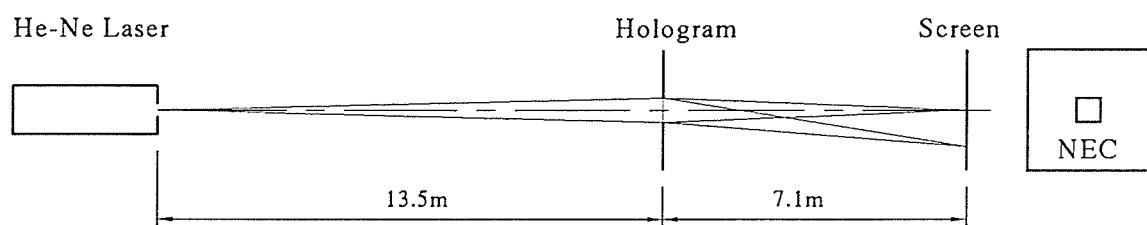


図 4.7: 光による予備実験の配置図

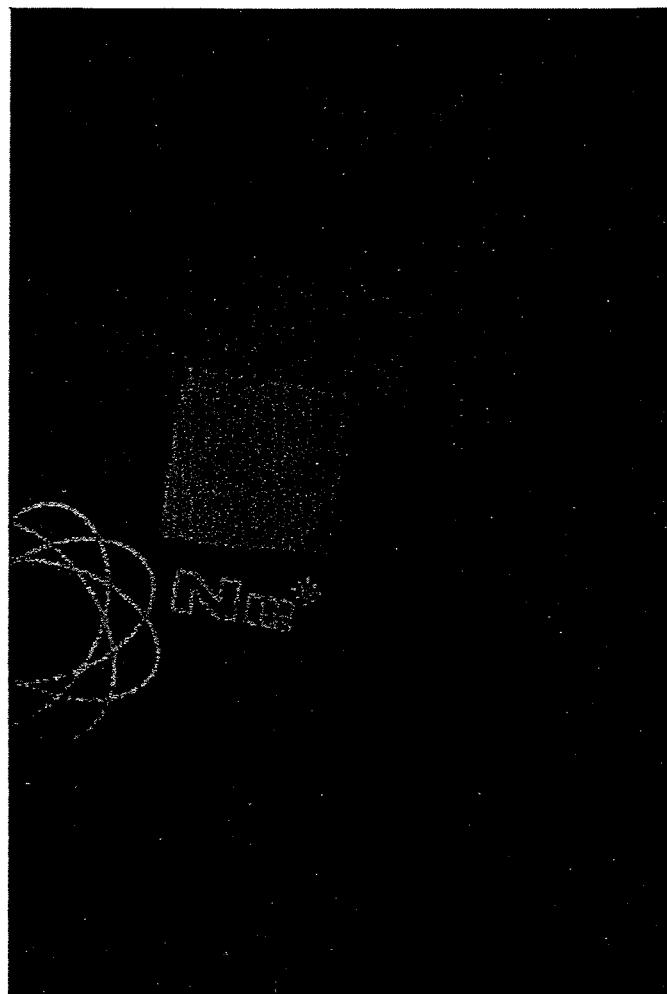


図 4.8: 球面波ホログラムの光による再生像。斜め方向からスクリーンを撮影したので像が傾いている。

$$f_{\text{実測}} = \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right)^{-1} = 4.65m \quad (4.13)$$

一方焦点距離の設計値は

$$f_{\text{設計}} = 4.57m \quad (4.14)$$

であるからよく一致していると言える (F 値が 500 程度と大きいので焦点距離の測定値の有効数字は 2 術程度しかない)。

あとは原子の場合の重力加速による焦点距離の換算が正しければうまくいくはずであるが、これだけは他の方法では試せないので本番の実験に入る。

4.2 実験

4.2.1 実験方法・結果

実験方法はホログラムの位置を多少変更したほかは平面波ホログラムと同様である。但しホログラムの下のピンホールは今回は存在しない。ホログラムはセル数 1024×1024 のものを二つ製作した。一つは分解能を調べるために作ったものでセルピッチは $500nm$ で文字"NEC"を再生するように設計されている ($l_1 = 400mm$ 、 $l_2 = 420mm$ 、凸レンズとしての焦点距離は $241mm$ 、図 4.9)。得られた分解能は約 $60\mu m$ である (図 4.10)。もう一つは解像度 (像の大きさ/分解能) を調べるために作ったもので、セルピッチが $180nm$ で再生像は"atom Ne Υ"である ($l_1 = 300mm$ 、 $l_2 = 560mm$ 、焦点距離 $246mm$)。再生像の計算機シミュレーションを図 4.11 に、実験結果を図 4.12 に示す。得られた解像度は約 150 である。

4.2.2 分解能

再生像の分解能は原子源の大きさ、検出器の分解能、速度分散、ホログラム固有の分解能等で制約される。この実験では、スクリーン上に出来る原子源の像の大きさは約 $25\mu m$ (原子源の大きさは約 $50\mu m$ で約 $1/2$ 倍の縮小像がスクリーン上に出来る)、MCP は分解能 $22\mu m$ のものを 2 段で使っているので、この 2 つで分解能の実験値 $60\mu m$ はほぼ説明できる。

速度分散の影響であるが、ホログラムの回折角は原子速度に反比例しているので、分解能は再生像の大きさに比分散 $\Delta v/v$ を掛けたものよりはよくならない。ただしこの実験では分解能

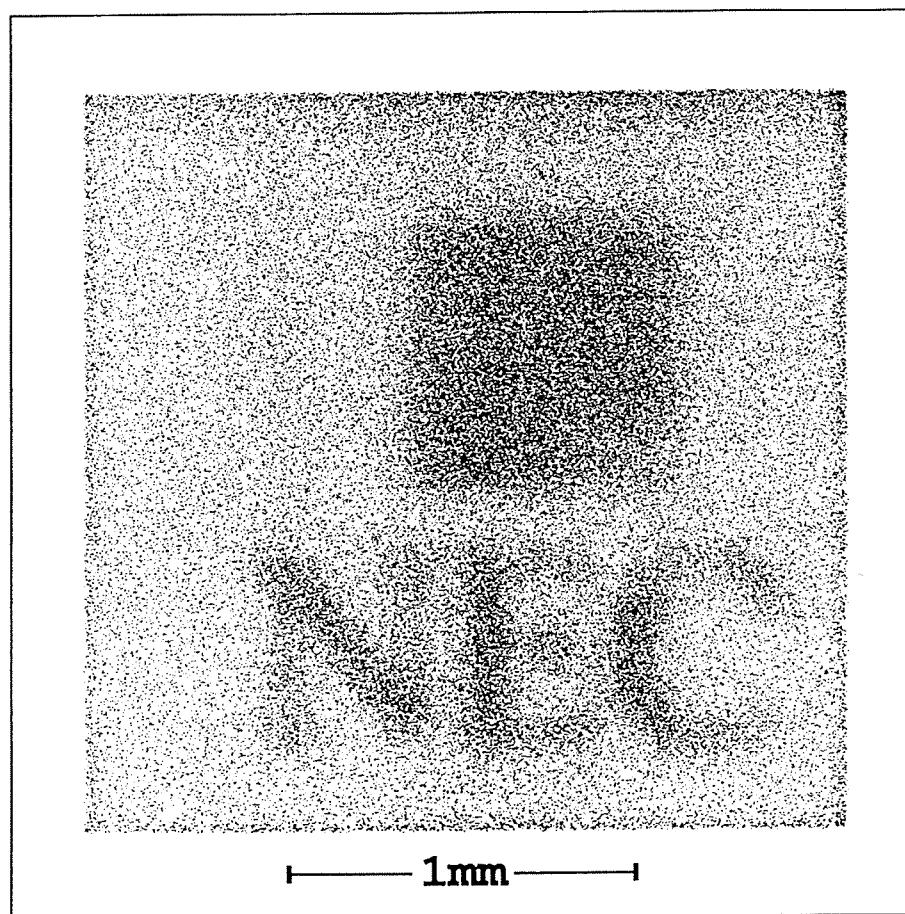


図 4.9: 球面波ホログラムによる再生像—”NEC”

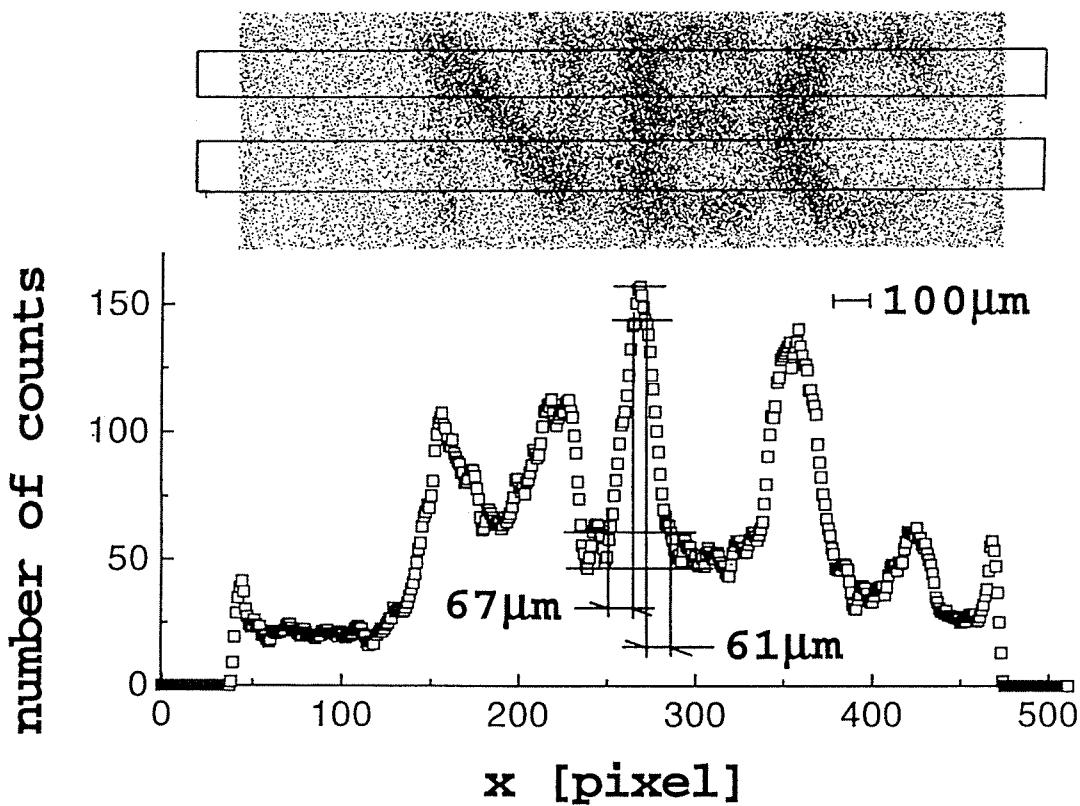
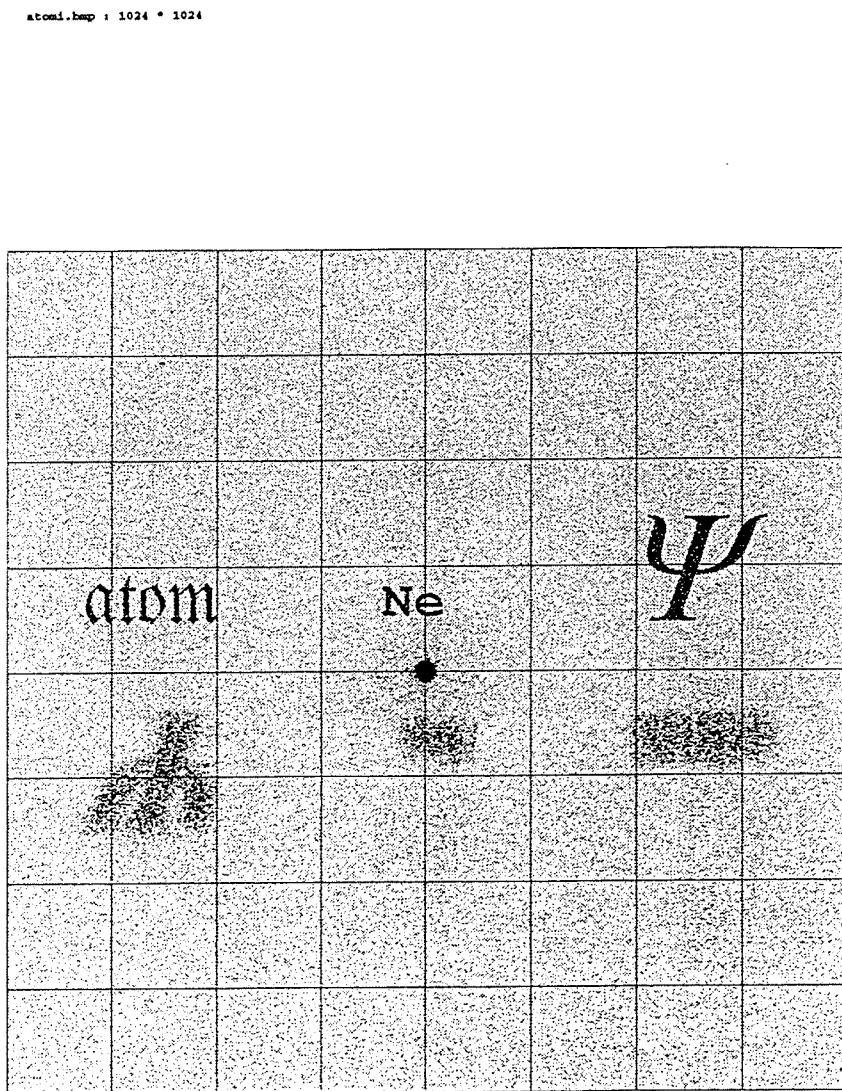


図 4.10: "NEC" ホログラムの再生像の分解能。四角で囲まれた領域を縦方向に積算して分解能を見積もった。

図 4.11: 計算機による再生像シミュレーション—"atom Ne Ψ "

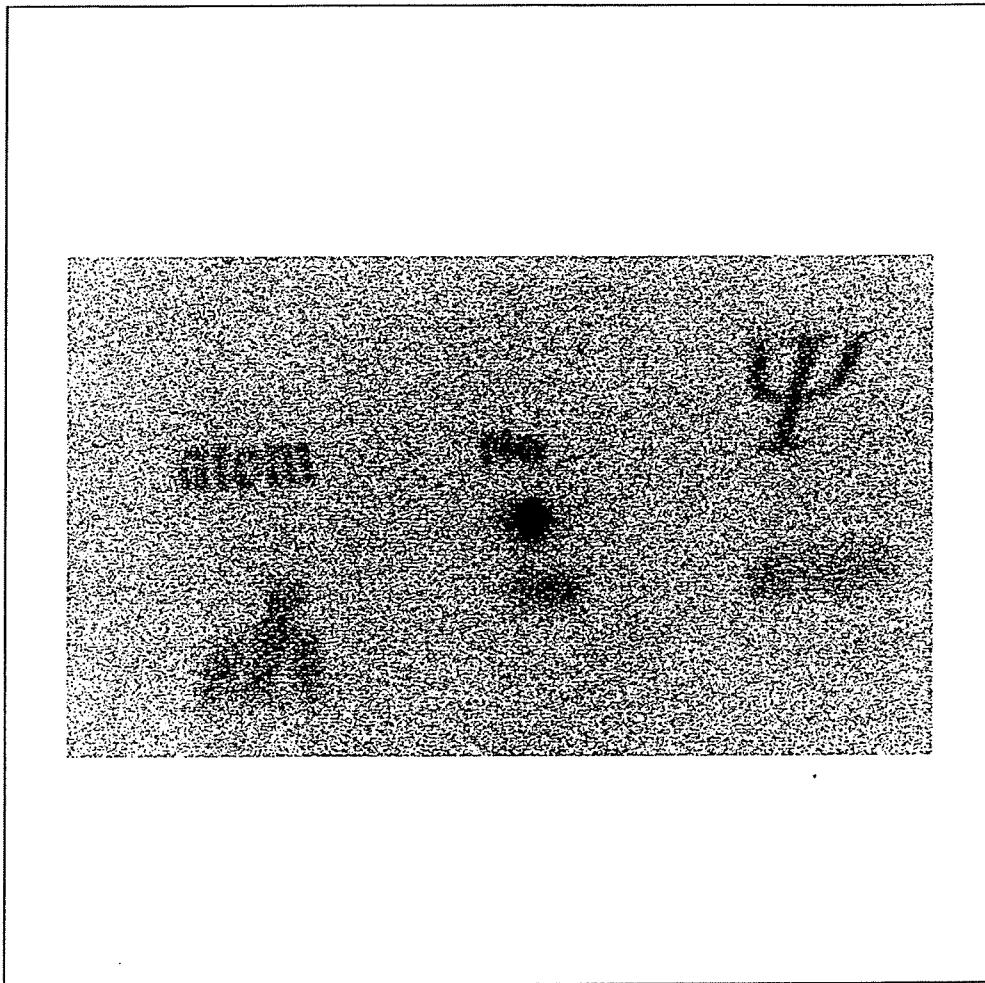


図 4.12: 球面波ホログラムによる再生像—”atom Ne Ψ ”

を決める主たる要因ではない：

速度分散

自由落下する過程でエネルギー分散 $\Delta\epsilon$ は保存される：

$$\Delta\epsilon = \frac{1}{2}m(\Delta v_0)^2 = \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = mv\Delta v \quad (4.15)$$

$$\Delta v = \frac{(\Delta v_0)^2}{2v} = \frac{(\Delta v_0)^2}{2\sqrt{2gh}} \quad (4.16)$$

従って速度分散 Δv は落下するに従って小さくなり、この実験 ($v_0 \sim 20\text{cm/s}$) のホログラムの位置 ($h = l_1 = 400\text{mm}$) における波長純度 $\Delta\lambda/\lambda$ ($= \Delta v/v$) は 3×10^{-3} 程度で原子線としては非常に高い。

ホログラム固有の分解能

$N \times N$ セルのホログラムを考える (ホログラムパターン : $f(x, y)$ 、再生像 : $g(X, Y)$ 、 $x, y, X, Y = 1, 2, \dots, N$)。2 値化の際に混入するノイズを除けば、再生像の計算上の分解能は離散フーリエ変換の性質上 XY 座標値で 1 である。再生像全体の大きさ (N) はセルピッチ (1) の回折角に対応しているから、その $1/N$ である分解能はホログラム全体 (N) の開口による回折拡がりに等しい。すなわち分解能は回折限界である。

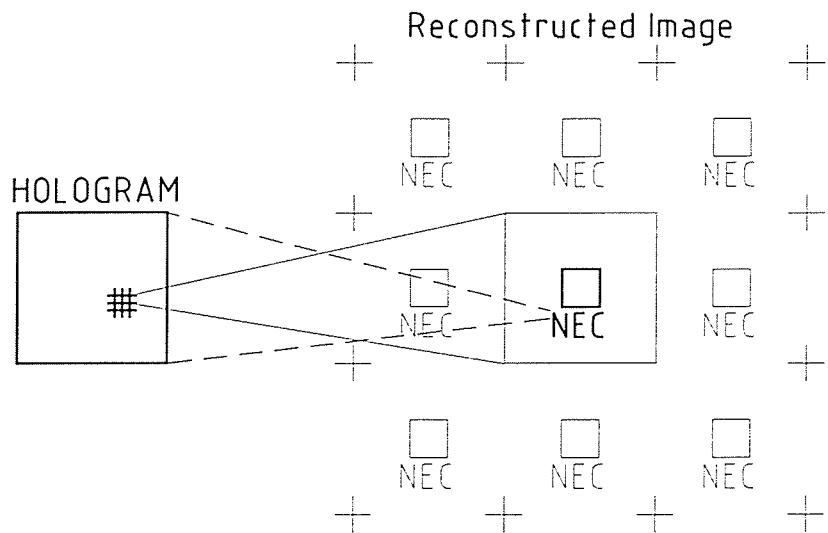


図 4.13: 球面波ホログラムの分解能

ということは回折限界がホログラムのセルピッチ以下になるように設計すれば、分解能はセルピッチを超えるのだろうか。

障害1：いま考えているような近軸近似の範囲では再生像はセルピッヂに対応する回折角を周期とする繰り返しパターンになる。その一つを「画面」と呼ぶことにすると、回折限界がセルピッヂと等しくなるとき、ホログラムの「影」(つまり0次の回折像)でちょうど画面が埋まってしまう。従ってホログラムの影の外に絵を描きたいと思うと回折限界をセルピッヂより大きくとらないといけないことになる。

障害2：ホログラムの穴の大きさは設計のときは0としている。これは一つの穴から回折される波の位相は穴の内部のどの位置から回折されてもあまり変わらない、と仮定することに等しい。一般に穴内部の位置による位相変化が最も小さく見えるスクリーン上の位置はホログラムの中心真下である。しかしここから見ても、我々のホログラムのように穴の大きさがセルピッヂに等しい場合、回折限界=セルピッヂのときにホログラムの端の穴だと内部の位相変化が π に達してしまう。この障害は開ける穴の大きさを小さくすることにより回避できる、とも言えるが、分解能はホログラムに加工する構造の大きさより小さくはならない、という事実は変わらない。

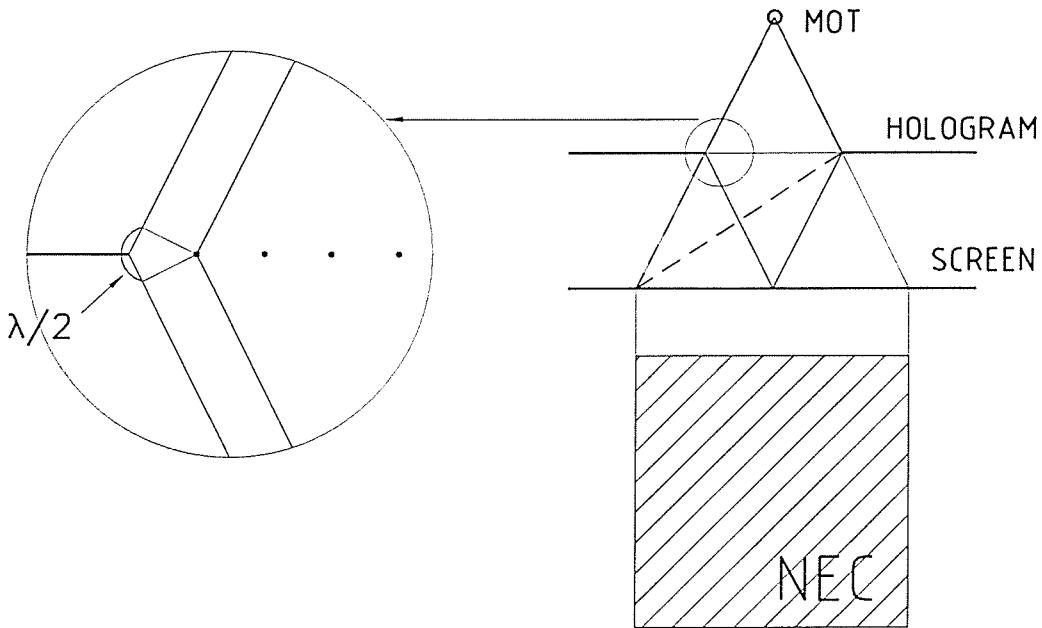


図 4.14: NA を大きくしていったときの問題点。図は分解能がセルピッヂに等しくなるように NA をとった場合。

以上のように（少なくともこの設計アルゴリズムを使う限り）再生像の理論分解能はセルピッヂ程度であると言える。

4.3 原子線ホログラムのその他の諸性能

現在のところ原子光学素子としてのホログラムの最大の弱点は効率の低さであろう。ホログラムの透過率は50%を超えることはない。穴の開いてる部分と閉じた部分を反転しても透過する波は0次の回折を除けば位相が反転するだけであり、もし透過率が50%を越えているならば、反転することにより0次の回折を減らせる。

回折効率

ホログラムを透過してきた原子のうち、所望の像の再生に寄与する割合を考える。実数化の前の段階では100%である。実数化を行うと原子は正像と共役像の半々に振り分けられるので50%になる。さらに正值化を行うと、強度透過率は半分、正像、共役像の振幅はそれぞれ $1/2$ 、強度では $1/4$ になるので、正像、共役像、0次回折像の強度比率は1:1:2。すなわち回折効率は25%である。全体としての回折効率（入射原子に対する回折効率）は透過率を10%とすると従って2.5%ということになる。

将来強力なコヒーレント原子源が開発されれば実用上効率はそれほど問題でなくなるだろうが、粒子の統計性を扱うような基礎実験においては効率が悪いほど統計性が損なわれるから使いづらい。

背景雑音

MCPのダークカウントといった実験条件から入ってくる雑音の他に2値化を行った際に混入したホログラム固有の背景雑音がある。大まかにこれを見積もってみよう。

ホログラムはM個のセルから成り、P個の穴が開いているとする（スクリーンも同様にM個の点に分割して考える）。またホログラムに1個だけ穴が開いていたときのスクリーン上の輝度をIとする。スクリーン上の像外の位置では各穴からの部分回折波は概ね乱雑な位相を持つようにみえるから、過大評価ではあるが完全に乱雑だとすると背景雑音の大きさはPIとなる。一方、像が（濃淡のない像として）Q個の点からなるとすると、像の輝度は $\frac{P^2}{Q}I$ である。すなわちS/N比は P/Q となるので、広い面積を持つ像を描こうとするとS/N比は悪くなってしまい、像を構成する点数がホログラムの穴の数と同程度になるとほとんど雑音に埋もれてしまう。

4.4 他の原子結像系との比較

原子光学の実用化において原子結像系の重要性は、レンズなくして光の実験が考えられないことからも明らかであろう。とりわけ凸レンズがつくることは重要である。

ここでは比較のためにポテンシャル力による原子結像系について考えてみる。(例えば、原子線ホログラフィーにおいて微細加工による加工可能なスケールを越える分解能を得るためにポテンシャル力を用いたレンズによる縮小光学系の実現が不可欠である)

原子が相互作用するのは普通に言って電磁場と重力場である。そのうち重力は人間が簡単に制御できるものではないのでここでは電磁気力による結像系について考える。これは電場によるものと磁場によるものに大別される(光を使ったものも実質的に電場による2次のStarkシフトポテンシャルなので電場に分類する)。

4.4.1 電場による結像系

原子は永久双極子モーメントを持たない(またはあっても非常に小さい)ために電場 E による力は最低次で2次の摂動であり双極子力または2次のStarkポテンシャルと呼ばれる。そのポテンシャル形は、

$$\Phi = -\frac{\alpha}{2} |\vec{E}|^2 \quad (4.17)$$

と書ける(付録参照)。

静電場

静電場の場合 α は原子の分極率 α_0 に等しく、安定な準位の原子の場合 $\alpha_0 > 0$ である。詳しくは付録に譲るが静電場では電荷の存在しないところで場(の大きさ)は極大値を取ることが出来ないので普通には凸レンズを作ることができない。

動的な場

動的な場の場合、共鳴からの距離によって因子がかかる:

$$\alpha = \alpha_0 \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega + i\Delta} \quad (4.18)$$

(ω 、 ω_0 はそれぞれ場の周波数と原子の共鳴周波数、 Δ は準位の自然幅)

従って、実励起が起きないくらいに離調を大きく取ると（コヒーレンスを乱さないための必要条件）、離調が負か正かに従って $\alpha > 0$ または $\alpha < 0$ である。

前者の例としてマイクロ波共振器を用い共振器の中心に電場の極大を作り (TE_{01} モード) 凸レンズとして用いるものがある [28]。一方後者の例として、光の定在波を 2 本直交させ、その波数ベクトルが作る平面に垂直に原子を入射し定在波の節の位置に原子をフォーカスさせる試みがある。これは原子のデポジションへの応用を念頭に置いている [29]。

いずれの場合も場の位相³が原子の波動関数に乗るので干渉計内で使う場合には場の位相（レンズの位相！）までも制御する必要がある。また後者の場合には球面収差の補正が難しい。

4.4.2 静磁場による結像系

Zeeman 効果は Stark 効果と違い 1 次の摂動から存在するのでここでは 1 次の Zeeman 効果を考える。従って原子は磁気副準位を持ち、エネルギー変化は磁気量子数 m_J に従い

$$\Delta E = -m_J \mu B \quad (m_J = -J, \dots, J) \quad (4.19)$$

である。Zeeman シフトの大きさは例えば 1 mT のとき 10 MHz 強だから、磁場の向きが変わる典型的なスケールを原子が通過する時間が $0.1 \mu s$ 以上なら原子の偏極の向きは磁場の向きの変化に追随する（断熱追隨）。ここでは断熱追隨を仮定する。

静電場の場合と同様、静磁場の（大きさの）極大を作ることはできないが、極小点を作ることはできるので、これは m_J が負の状態の原子に対しては凸レンズとして作用する。実際にはさらに $|B| \propto r^2$ (r は光軸に垂直な方向への原点からの距離) である必要があるがこのために図 4.15 のような 6 極のリング状永久磁石を使えばよい。

Kaenders らは Cs 原子の結像の実験を行っている [30]。このような方法では比較的大きな径のレンズを作ることが可能であるが、適用が磁気副準位を持つ原子に限られること、特定の m_J

³電場の波動関数の位相ではなくて古典的な波としての位相。つまりコヒーレント状態を $|\beta\rangle$ と書いたときの β の位相。

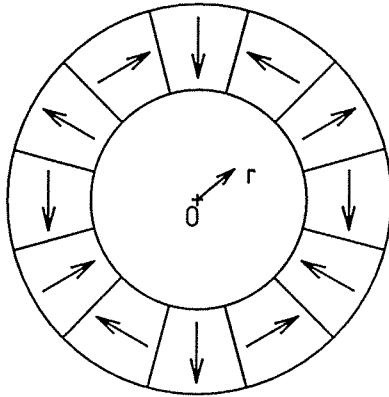


図 4.15: 6 極リング型磁石。一般に $4N$ 個の部分に分けて磁化された磁石では 2^N 重極の磁場ができる $|B| \propto r^{N-1}$ である。(図は $N=3$ の場合)

の状態に用意する必要があること、光軸上では $B = 0$ なので断熱追隨が破れることなどの欠点である。

4.5 原子線ホログラフィーの展望

次のステップとしては穴を通過する際に原子に与える位相差を自由に制御したいところである。一つの方法として、穴の内壁との相互作用を利用する考えられる。つまり同じ（実効）面積の穴でも四角い穴と細長い穴を使い分けて位相をコントロールしようというのである。この方法は原子種を選ぶ。

汎用的な方法としては穴の位置にポテンシャルを作ることが考えられるが、ポテンシャルとしては電場が適当であろう。2次元的に電極を配置したいが電極一つ一つに独立の結線を付けることは現実的ではない。電荷結合素子を使った電荷伝送等の技術が応用できると思われる。この方法だと時間的にポテンシャルを変えられるので、リアルタイムホログラフィーが実現できる。

すべての穴に独立な電極を付けるのは現実的でないとしても、位相を離散的 ($2\pi M/N$) に制御することは可能であろう。このときは N 本の電極があればよい。例えば (4.9) 式で負の数に位相 π を与えれば、0次の回折波を消せる。 $N \geq 3$ にすれば 0次の回折と共に像の発生が抑えられ、ホログラムを透過した原子はすべて再生したい像に振り向けられるので、効率を 50% 程度

にまであげることが可能になるだろう（ブレーズドホログラム）。

不要な回折波を更に完璧に消すにはボリュームホログラム（Bragg ホログラム）が必要であろう。固体物質でこのようなホログラムを作ることは出来ないが、光の定在波で原子を回折させれば可能である。地上では原子は重力によって加速され波長が変わってしまうので、長距離の位相整合をとることは出来ないが、光波長の数倍程度相互作用させることは可能である。これは 0 次や共役波を消すには十分な距離である。

以上、人工的に作った膜で原子波面を操作する方法を述べたが、電子線ホログラフィーで行われているように原子波の干渉パターンを光や原子波で再生して原子像を得る方法も考えられる。準安定状態希ガス原子は固体表面に当たるとペニングイオン化で電子を放出する。感光膜に当て現像すれば光で原子像を再生できる。また、絶縁体膜に当てれば干渉パターンと同じ電荷分布が出来るからシュタルク効果による位相シフトを使って参照原子波を回折させて像再生を行える。いずれにしても強力な単色原子源の出現が望まれる。

4.6 原子線ホログラフィーの応用

4.6.1 原子線リソグラフィー

現在の微細加工技術では数 10nm オーダーの構造を作ることができる。分解能のところでも述べたように原子線ホログラムを単独で使った場合、分解能はホログラムのパターンの細かさよりは小さくならない。それでは原子線ホログラフィーをリソグラフィーに応用したとき、マスクを使った場合に比べた利点は何であろうか。

- 任意のパターンが書ける
- 「濃淡」がつけられる

マスクは原子線ホログラムと同じく膜に実際に穴を開けて作るので、描けるパターンには制約が多い。例えば環状のパターンを書くことはできないし、場所によって濃度を変えることもできない。

4.6.2 原子光学素子・原子干渉計への応用

原子線ホログラムは任意の波面を作り出せるので、効率を問わなければレンズ・ビームスプリッター・鏡等何でも作れる。光の波面による原子の回折を使った素子に比べた特徴の一つは大きな分離角（回折角）が得られることである。これは微細加工技術では可視光の波長より細かい構造が作れるからである。

原子線ホログラムのもう一つの特徴は、任意の原子種に対して使えることである。光の世界では計算機ホログラムが最近デジタルオプティックスという名で一般的に使われるようになりつつあるが、原子線ホログラムも将来手軽な原子光学素子として使われるようになるであろう。

原子波干渉計は原子波工学の期待される応用分野である。物質波は光と比べると波数／速度比がきわめて大きい。例えば Mach-Zehnder 型の干渉計を組み、これを回転させると粒子が干渉計内を通過する間に干渉計が回転し右回りと左回りのパスで経路長に差が生じるので角加速度を測ることができる（Sagnac 効果）。粒子の速度が遅いほど干渉計内の滞在時間が長く経路長差が大きくなり、さらに波長が短いほど位相差は大きいから、光を用いるより原子波を使ったほうがずっと有利である。実際同じ面積を持つ光ファイバージャイロと比較すると位相変化の大きさは [1 原子の静止質量エネルギー] / [1 光子のエネルギー] 倍あり、これは 10^{10} 程度と極めて大きい値である。加速度計として用いるとさらに有利である。

中性物質粒子による干渉計は、当初回折格子として固体完全結晶が使える中性子での研究が進んでいて、光または微細加工による回折格子を使う中性原子では大きな分離角を得るのが難しいため中性子の実験の後を追っていた。しかしレーザー冷却技術が確立して長波長で単色性の高い原子線が得られるようになった今日、これらの弱点はすでに克服されたと言える。また近い将来原子線レーザーによる单一モード波の実現も期待されており、光干渉計並みに完成された原子波干渉計を作ることも夢ではなくなってきている。

付録A MOTのバリエーション

では6ビームと4ビームの場合のMOTについて簡単に解説したが、次のような素朴な疑問が生じるであろう：

- すべての方向に本当に漏れがないのだろうか？

またそこでは加える磁場は4重極磁場としたが

- さらに高次の多重極磁場と多くの本数の適当な偏光のレーザー光との組み合わせで閉じ込めを実現できないであろうか？

この付録ではこれらについての考察をおこなう。

A.1 一般論 <磁場中の原子に働く散乱力>

下準位が $J = 0$ 、上準位が $J = 1$ であるような2準位原子を考える。静的な磁場 B 中のこのような原子に σ_+ 偏光（または σ_- ）の平面波（波数 \vec{k} ）があたっているときに原子に働く力を求めよう。ただし磁場による Zeeman シフトは自然幅より十分小さく光強度も飽和光強度に比べて小さいものとする。また光周波数は共鳴から（負に）離調してあるものとする。このような条件のもとで、 $\vec{k} \parallel \vec{B}$ の場合は σ^\pm 、 π の偏光の光の吸収確率はそれぞれ、

$$\left\{ \begin{array}{ll} \alpha \pm \beta |B| & \sigma^\pm \\ \alpha & \pi \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

という形になる。

一般に磁場 \vec{B} の向きと光の向き (\vec{k}) は θ の角度をなす場合を考える。それぞれの向きの σ^\pm 、 π 偏光を表す偏光ベクトルをそれぞれ \vec{e}_\pm 、 \vec{e}_0 と \vec{e}'_\pm 、 \vec{e}'_0 とすると、（相対位相を適当に選ぶとして）それらは次の関係にある：

$$\vec{e}'_{\pm} = \cos^2 \frac{\theta}{2} \vec{e}_{\pm} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \vec{e}_0 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \vec{e}_{\mp} \quad (\text{A.2})$$

従って \vec{k} 方向の σ^{\pm} 光から原子が受ける力は

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \epsilon \vec{k} \left\{ (\alpha \pm \beta |B|) \cos^4 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \alpha \sin^2 \theta + (\alpha \mp \beta |B|) \sin^4 \frac{\theta}{2} \right\} \\ &= \epsilon \vec{k} (\alpha \pm \beta |B| \cos \theta) \\ &= \epsilon \vec{k} (\alpha \pm \gamma \vec{k} \cdot \vec{B}) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

と計算される ($\gamma = \beta / |k|$)。複数の等強度の平面波 (波数 $\vec{k}^{(n)}$ 、偏光 $\sigma^{(n)}$) があたっている場合は

$$\vec{F} = \epsilon \sum_i \vec{k}^{(n)} \left\{ \alpha + (\text{sign } \sigma^{(n)}) \gamma \vec{k}^{(n)} \cdot \vec{B} \right\} \quad (\text{A.4})$$

となる。ただし

$$\text{sign } \sigma^{(n)} = \begin{cases} +1 & (\sigma^{(n)} = \sigma_+) \\ -1 & (\sigma^{(n)} = \sigma_-) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

である。

ここで

$$\begin{cases} K_i &= \sum_n k_i^{(n)} \\ K_{ij} &= \sum_n (\text{sign } \sigma^{(n)}) k_i^{(n)} k_j^{(n)} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

とおくと A.4 は次のようになる：

$$F_i = \epsilon (\alpha K_i + \gamma \sum_j K_{ij} B_j) \quad (\text{A.7})$$

原子は原点の周りにトラップされると仮定する (つまり例えばドーナツ状の軌道に閉じ込められるような状況は排除する)。さらに磁場が 0 の点にトラップされるとすると

$$K_i (\equiv \sum_n k_i^{(n)}) = 0 \quad (\text{A.8})$$

である。 \vec{B} は静磁場だから、その各成分はもちろん調和的である：

$$\Delta \vec{B} = \Delta \vec{B} - \nabla (\nabla \cdot \vec{B}) = \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = 0 \quad (\text{A.9})$$

磁場 \vec{B} を 2^n 重極磁場とする（または磁場を多重極展開し 2^n 重極の項だけを抜き出して考える）。すなわち \vec{B} の各成分は座標 (x, y, z) について $n-1$ 次の齊次多項式である。これと（A.9）から

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta \vec{B} \\ &= \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \vec{B} \right) - \hat{l}^2 \vec{B} \\ &= \frac{1}{r^2} \left\{ (n-1)n - \hat{l}^2 \right\} \vec{B} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

（ただし $\hat{l}^2 \equiv -i\vec{r} \times \vec{\partial}$ は角運動量演算子）

すなわち $\hat{l}^2 \vec{B} = (n-1)n \vec{B}$ 、つまり \vec{B} の各成分の”角運動量” l は $n-1$ に等しい。漏れがないためには原点を中心とする球体 V の表面 $S = \partial V$ 上で原子に働く力の積分が負である必要がある：

$$0 > \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{F} dV = \gamma K_{ij} \sum_{i,j} \int_V \partial_i B_j dV \quad (\text{A.11})$$

積分記号内の各項 $\partial_i B_j$ の”角運動量”は $n-2$ であるから、 $n=2$ でない限り積分は0である。すなわち4重極磁場以外の磁場はトラップに寄与しない（力が内向きに働く場所もあれば外向きの場所もある）。

B は 4 重極磁場

次に4重極磁場と適当な光の組み合わせが実際に漏れのないポテンシャルをつくることをみていく。

A.2 具体例

以下6ビームトラップと4ビームトラップのそれぞれの場合について K_{ij} を計算しポテンシャル形を具体的に求める。

A.2.1 6 ビームトラップ

磁場は z 軸を回転対称軸とする4重極磁場

$$B = \beta(x, y, -2z) \quad (\text{A.12})$$

光の方向と偏光は

$$\{k^{(n)}, \sigma^{(n)}\} = \begin{cases} \{(\pm 1, 0, 0), \sigma_+\} \\ \{(0, \pm 1, 0), \sigma_+\} \\ \{(0, 0, \pm 1), \sigma_-\} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

であるから、

$$K_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$F = 2\epsilon\gamma \begin{pmatrix} x \\ y \\ 2z \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

となる。

A.2.2 4ビームトラップ

磁場は6ビームトラップと同じ。また $k^{(0)} = (0, 0, 1)$ 、 $\sigma^{(0)} = \sigma_-$ で、他の3本の波数は $k^{(0)}$ 、 $k^{(1)}$ 、 $k^{(2)}$ 、 $k^{(3)}$ が原点を中心とする正四面体の各頂点になるように定め、また偏光は σ_+ とする。

$$\begin{aligned} K_{ij} &= \sum_{n=1}^3 k_i^{(n)} k_j^{(n)} - k_i^{(0)} k_j^{(0)} \\ &= \sum_{n=0}^3 k_i^{(n)} k_j^{(n)} - 2k_i^{(0)} k_j^{(0)} \\ &= \xi \delta_{ij} - 2k_i^{(0)} k_j^{(0)} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$2 = \sum_i K_{ii} = 3\xi - 2$ より $\xi = 4/3$ 、従って

$$K_{ij} = \frac{4}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

と求まる。従って力 F は

$$F = \frac{4}{3}\epsilon\gamma \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

と計算される。これより 4 ビームトラップのつくるポテンシャルは球対称であることがわかる。

付 錄B 静電結像系

今までに知られていること

基底状態、または準安定状態にある中性原子は静電磁気的なポテンシャルによっては2次元的にフォーカスできないと思われている[23]。

例えば静電気的なポテンシャルの場合についての議論は次のようなものである。

原子は永久双極子モーメントを持たない（またはあったとしても非常に小さいので実際上無視できる・例えばCs原子で $3 \times 10^{-21} e \text{ cm}$ 以下、eは電子の素電荷[26]) ので原子の双極子モーメント \vec{P} は最低次で電場 \vec{E} に比例する：

$$\vec{P} = \alpha \vec{E} \quad (\text{B.1})$$

そこで（不均一）静電場によって原子に働く力は

$$\begin{aligned} \vec{F} = \vec{P} \cdot \nabla \vec{E} &= \alpha \sum_i E_i \partial_i \vec{E} \\ &= \alpha \sum_i E_i \nabla E_i \\ &= \frac{\alpha}{2} \nabla |\vec{E}|^2 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$(\nabla \times \vec{E} = 0$ より $\partial_i E_j = \partial_j E_i$) であり、従ってポテンシャル Φ は

$$\Phi = -\frac{\alpha}{2} |\vec{E}|^2 \quad (\text{B.3})$$

と書ける。原子が基底状態（または準安定状態）にあるという仮定からこの準位との間に双極子モーメントを持つ他の準位はすべてこの準位よりエネルギー的に高いので、摂動の一般論から電場によるエネルギー変化は負でなくてはならない。すなわち

$$\alpha > 0 \quad (\text{B.4})$$

である。

さて、静電場による光軸（z軸）のまわりに回転対称な薄肉レンズに原子が光軸に平行に速度 v_0 で入射している状況を考える。原子がレンズを通過する間に受ける力積 \vec{I} を計算したい：

$$\vec{I} = \int \vec{F}(x(t), y(t), z(t)) dt \quad (B.5)$$

系のz軸まわりの回転対称性から原子はxz平面内を運動するとして一般性を失わない。また入射原子が高速であると仮定すると（すなわちポテンシャルの深さに比べて運動エネルギーが十分大きいとする）、原子はレンズの区間を通過する間にほとんど軌道を変えず、また速度も大きくは変化しない（図B.1）。従って近似的に力積 \vec{I} は

$$\vec{I} = \frac{1}{v_0} \int \vec{F}(r_0, 0, z) dz \quad (B.6)$$

と書ける（ r_0 は衝突パラメータ）。さらにz軸方向の加速を無視すれば、回転対称性から \vec{I} は動径方向にのみ成分をもち、その大きさ I はz軸を中心とする半径 r_0 の円筒上での力 \vec{F} の積分から求められる：

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2\pi r_0 v_0} \oint_{\text{円筒上}} \vec{F}(x, y, z) \cdot d\vec{S} \\ &= \frac{1}{2\pi r_0 v_0} \oint_{\text{円筒内部}} \nabla \cdot \vec{F}(x, y, z) dV \end{aligned} \quad (B.7)$$

ところが、

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{F} &= \nabla \cdot \nabla \frac{1}{2} \alpha |\vec{E}|^2 \\ &= \sum_{i,j} (\partial_i E_j)^2 \geq 0 \end{aligned} \quad (B.8)$$

であるから、式B.7、すなわち原子が受ける力積（の動径方向）も非負、つまり外向きとなりレンズは凹である。というわけである。

素朴な疑問

ところで上の議論を同様に電子（または一般に荷電粒子・電荷 q ）に適用してみると、その場合 $\vec{F} = q\vec{E}$ で $\nabla \cdot \vec{F} = 0$ だから、軸回転対称な静電レンズは電子に対し凸でも凹でもない、という結論になる。ところが実際には軸回転対称な静電レンズはどの様な電極を作っても電子に対し至る所凸であることが知られているから、いまの計算は単純化されすぎていることがわかる。

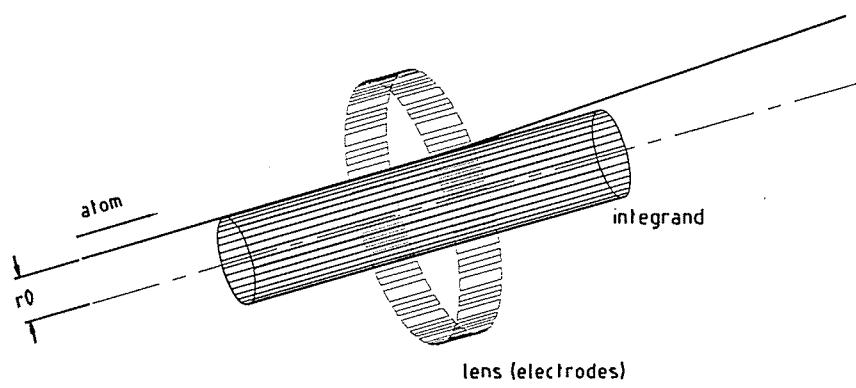


図 B.1: 光軸に平行に薄肉レンズに入射する原子。原子がレンズから受ける力積は近似的に、原子が受ける力を円筒上で積分したものに等しい。

また静電レンズが強い一様なバイアス電界の中に置かれている場合、中性原子に働く力 \vec{F} も（バイアス電場を除いた）電場について線形化され $\nabla \cdot \vec{F} = 0$ が成り立つ。従って電子に対してと同様中性原子に対しても凸レンズとして作用するのではないだろうか？

計算方法の精密化

そこでここではもう少し正確な計算を試みる。基本的に荷電粒子の静電レンズの設計に用いられている手法を流用している [25]。

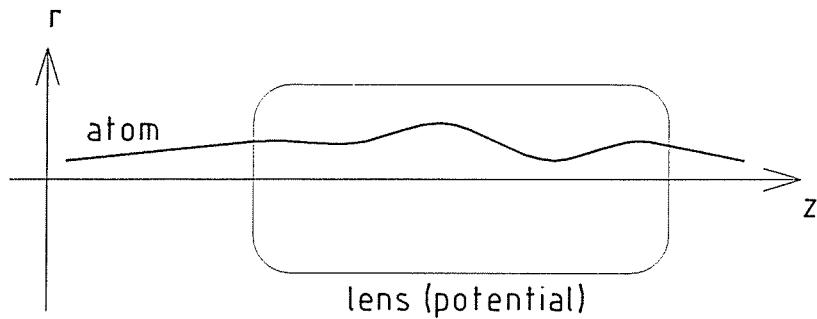


図 B.2: 光軸のまわりに回転対称なポテンシャルを通過する原子。

光軸を z 軸にとり、ポテンシャル G は光軸のまわりに回転対称であるとする。従って G は $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2}$ と z にのみ依存する : $G = G(z, r)$ 。

ここで G を近軸展開しよう :

$$G(z, r) = g_0(z) + \frac{1}{2}g_1(z)r^2 \quad (\text{B.9})$$

原子の運動方程式は近軸展開の最低次の項のみを残すと

$$\begin{cases} \ddot{r} = \partial_r G(z, r) = g_1(z)r \\ \ddot{z} = \partial_z G(z, r) \cong \frac{d}{dz}g_0(z) \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

となる。第2式は単独で積分できて

$$\dot{z} = \sqrt{2g_0 + \eta} \quad (\text{B.11})$$

を得る。ここで η は積分定数であるが、これを g_0 に繰り込むことにする：

$$g_0 + \eta \rightarrow g_0 \quad (\text{B.12})$$

従つて (B.11) は

$$\dot{z} = \sqrt{2g_0} \quad (\text{B.13})$$

となる。 (B.10) の最初の式は

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= \frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} \left(\frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} r \right) \\ &= 2\sqrt{g_0} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{g_0} \frac{d}{dz} r \right) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

と r の z の関数としての方程式に書き換えられるが、

$$R(z) \equiv g_0^{1/4}(z)r(z) \quad (\text{B.15})$$

と置くとさらに

$$\frac{d^2}{dz^2} R = \left[\frac{1}{2} \frac{g_1}{g_0} + \frac{1}{4} \frac{g_0''}{g_0} - \frac{3}{16} \frac{(g_0')^2}{g_0^2} \right] R \quad (\text{B.16})$$

と変形される。

ここで練習を兼ねて静電レンズの電子（または一般に荷電粒子・電荷 q ）についての方程式を書いてみよう。ポテンシャルは電位（電場のスカラーポテンシャル）を ϕ として

$$G(z, r) = -q\phi(z, r) \quad (\text{B.17})$$

であり、

$$\Phi(z) \equiv \phi(z, 0) \quad (\text{B.18})$$

と置くと

$$\phi(z, r) = \Phi(z) - \frac{1}{4}\Phi''(z)r^2 \quad (\text{B.19})$$

であるから¹

$$\begin{cases} g_0 = \Phi \\ g_1 = -\frac{1}{2}\Phi'' \end{cases} \quad (\text{B.21})$$

となり、これを (B.16) に代入すると結局

$$\frac{d^2}{dz^2}R = -\frac{3}{16}\frac{(\Phi')^2}{\Phi^2}R \quad (\text{B.22})$$

を得る。これから静電レンズは電子に対し (Rについて) 至る所凸であることがわかる。

では中性原子の場合に戻ろう。ポテンシャル G は前述のように

$$G = \frac{\alpha}{2}|\vec{E}|^2 + \beta \quad (\text{B.23})$$

である。ただし定数 β は (B.13) から無限遠 (電場が存在しないところ) での原子の運動エネルギーに等しい。

$\vec{E} = \nabla\phi$ と (B.18)、(B.19) を使うと

$$\begin{cases} g_0 = \frac{\alpha}{2}\Phi'^2 + \beta \\ g_1 = \frac{\alpha}{2}(-\Phi'\Phi''' + \frac{1}{2}\Phi''^2) \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

となるから、

$$\frac{d^2}{dz^2}R = -\frac{3}{8}\frac{\alpha\beta\Phi''^2}{\frac{\alpha}{2}\Phi'^2 + \beta}R \quad (\text{B.25})$$

を得る。これから

- 原子をポテンシャルの外から入射させた場合 ($\beta > 0$)

¹高次の項まで展開を行うと、

$$\phi(z, r) = \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^{\nu} \left(\frac{1}{\nu!}\right)^2 \Phi^{(2\nu)}(z) \left(\frac{r}{2}\right)^{2\nu} \quad (\text{B.20})$$

となる。

⇒ 至る所凹

- 原子が電場に”束縛”されている場合 ($\beta < 0$)

⇒ 至る所凸

であることがわかる。

非軸回転対称光学系

光軸のまわりに回転対称な静電光学系で凸レンズをつくるには β が負、すなわちポテンシャル中での運動エネルギーがポテンシャルエネルギーより小さい必要があることがわかった（前述の強いバイアス電場がかかっている極限がこれに対応している）。

電場による2次のStarkシフトは、Ne原子 ($\alpha = 10^{-38} Fm^2 \cdot [23]$) に 1kV/mm の電場をかけたとして温度換算で

$$\frac{\frac{1}{2}\alpha|\vec{E}|^2}{\frac{1}{2}k_B} \sim 700\mu K \quad (\text{B.26})$$

程度に過ぎない。このため回転対称な凸レンズをつくるには電界中で原子をBose凝縮させること等が必要でその実現はしばらく先である。

一方、回転対称系にこだわらなければ静電ポテンシャルで凸レンズをつくることはさほど難しくない。これには厚肉光学系ではパワーの和が0（または負）でも全体として凸レンズとなる（なりうる）ことを使えばよい。

例えば図B.3のように電極を配置すると、中性原子に対しxz平面内では凹、yz平面内では凸レンズとして作用し、パワーの大きさは（ほぼ）等しく符号は逆である。

そこでこのような電極対を2組z軸方向に適当な距離離して、かつ90回転して配置すると系全体としては凸レンズとして働く光学系を作ることができる（図B.4、図B.5）。²

²ポテンシャルが電場の2乗に比例しているので、細かいことを言うと2つの電極対のつくる電場間の相互項があるが、実用上は問題にならない。

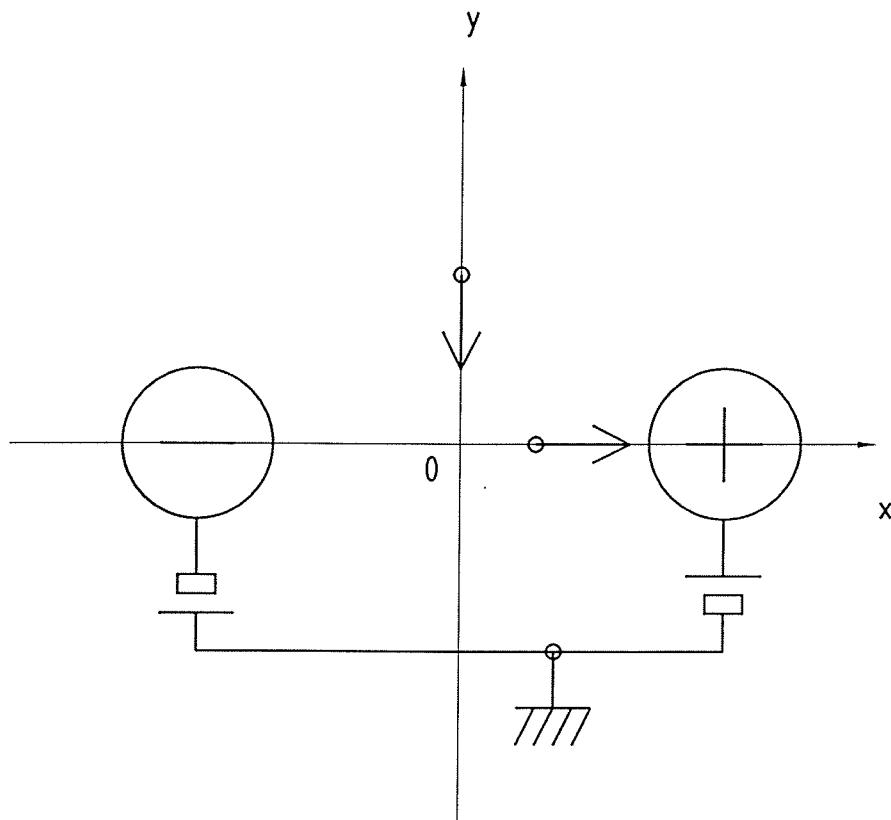


図 B.3: x 軸上に中心対称に電極対を置き電位差を与えると x 軸上の原子は中心から遠ざかる方向に、y 軸上の原子は向心力を受ける（光軸（z 軸）は原点を通り紙面に垂直）。

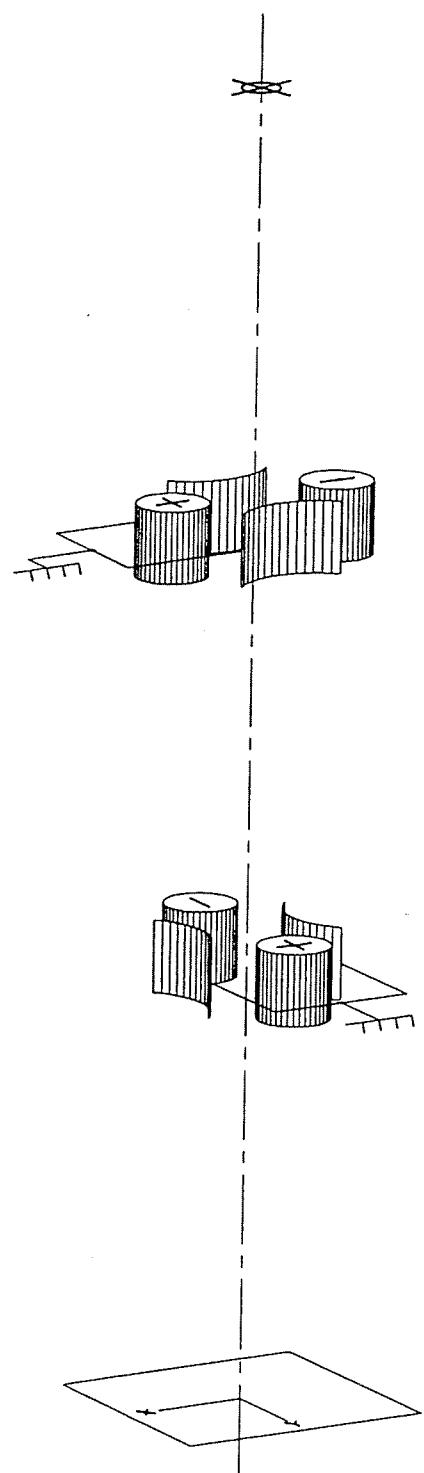


図 B.4: 光軸に関する回転対称性を求めなければ静電ポテンシャルでも原子を 2 次元的に集光できる。

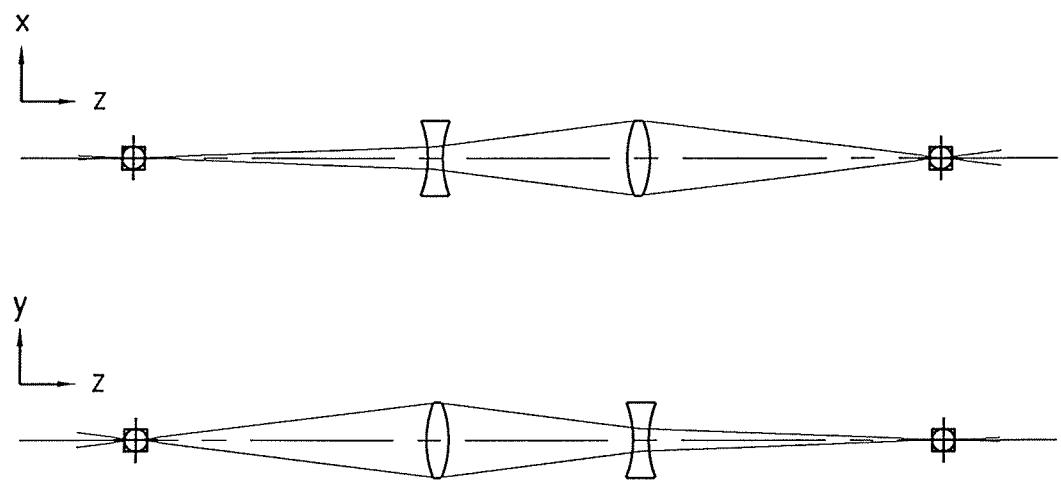


図 B.5: xz 平面、および yz 平面内での原子の軌跡。

付録C 装置の振動・変位の測定

ホログラフィーに装置の振動・変位が与える影響は大きく分けて二つある。一つは早い振動による影響で、ホログラム面が波面に沿っていなかつたり凹凸があつたりすると場所により一つの波束がホログラムを通過する時刻に差が生じるため、その時間差内にセルピッヂ程度の変位がおこると干渉が乱される。もう一つはそれより遅い変位によるもので、これは単純に再生像の位置のずれをもたらす。

前者は、ホログラム面の凹凸を $x_h \sim 40\mu m$ 程度、セルピッヂを $x_p = 150nm$ 、振動数を $\omega = 2\pi \times 100Hz$ 、ホログラムを通過するときの原子の速度を $v_{atom} \sim 2.8m/s$ とし、振動の振幅を A とすると上限は

$$\begin{aligned} x &= A \cos \omega t \\ v &= A\omega \cos \omega t \\ v_{max} &= A\omega \\ x_p &> v_{max} \frac{x_h}{v_{atom}} \\ A &< \frac{x_p v_{atom}}{x_h \omega} \sim \frac{150 \times 10^{-9}[m]}{40 \times 10^{-6}[m]} \frac{2.8[m/s]}{2\pi \times 100[Hz]} \sim 17\mu m \end{aligned} \quad (C.1)$$

と求まる。現在主な震動源はロータリーポンプ (RP) なので、対策として RP とターボ分子ポンプをつなぐフレキシブルチューブの間に 10kg ほどの重しを付けている。

その効果を調べる目的も兼ねて振動の測定を行った。具体的には実験装置の原子の検出器 (MCP) 付近の変位を測定した。但し測定したのは Ar 原子用の真空槽なので、今回実際に実験に使った装置とは異なる (Ne 原子用の真空槽のほうがしっかりと固定されている)。

測定は He-Ne レーザーを用い、それぞれ真空槽 (干渉筒下部の MCP 付近) と定盤に固定したガラスブロックの向かい合う面からの反射の干渉を観測することにより行った。

フォトダイオード (PD) を隣接して 2 個置き、その上に干渉縞を重ねるが、ガラスブロックの相対的な角度を調整して干渉縞の周期が PD の間隔 (約 2.5mm) の約 4 倍になるように、すなわち位相差が 90 度になるようにする。そして PD の信号を 2 相カウンターでカウントすれば反射面間の距離の変動が測定される。1 過倍のカウントを行ったので距離分解能は $\frac{\lambda_{He-Ne}}{2} \approx 0.3\mu m$

程度である。

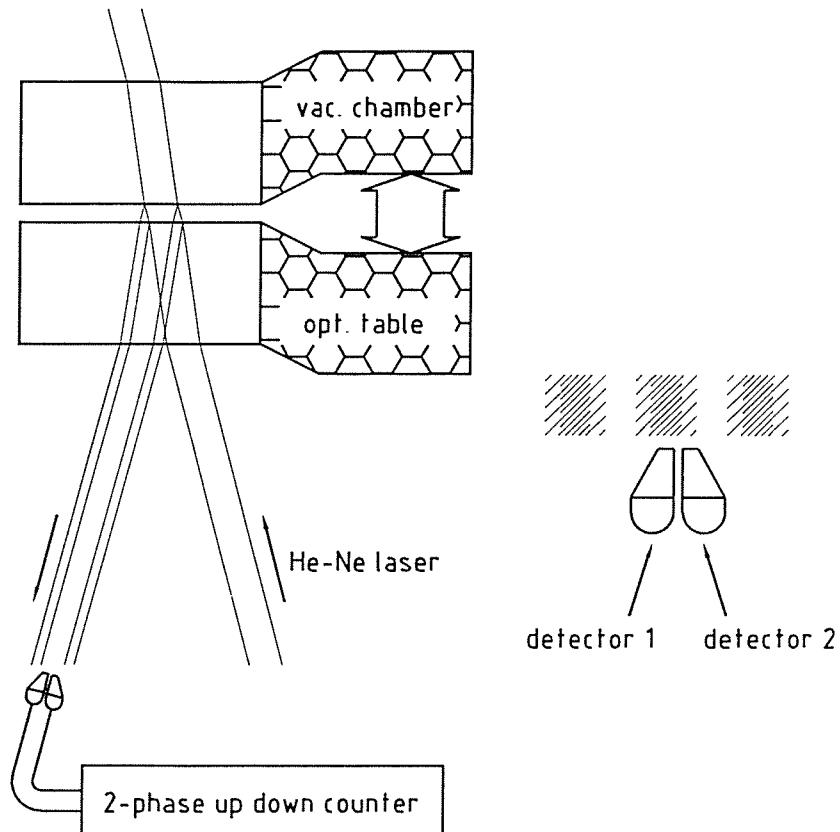


図 C.1: 振動・変位の計測。それぞれ真空槽と光学定盤に固定されたガラス面間の干渉縞の動きをみるとことにより相対的な変位を測定する。

測定例を図 C.2 に示す。防振用の重しをつけていないときは振幅およそ $2\mu m$ 、振動数 $100Hz$ の振動がみられるが、重しをつけるとなくなるのでこれは RP の振動がフレキシブルチューブを通して伝わったものだと考えられる。重しをつけていても秒単位で $20\mu m$ 程度の変動がみられ、また故意に衝撃を加えた結果から真空槽が約 $6Hz$ の固有振動モードを持つことがわかる。

現在のホログラフィーの実験には、早い成分、遅い成分共に十分許容範囲内であるが、超高分解能化を目指すとき、また原子干渉計に応用する際には、振動・変位の振幅をあと一桁低い値に抑える必要があるだろう。

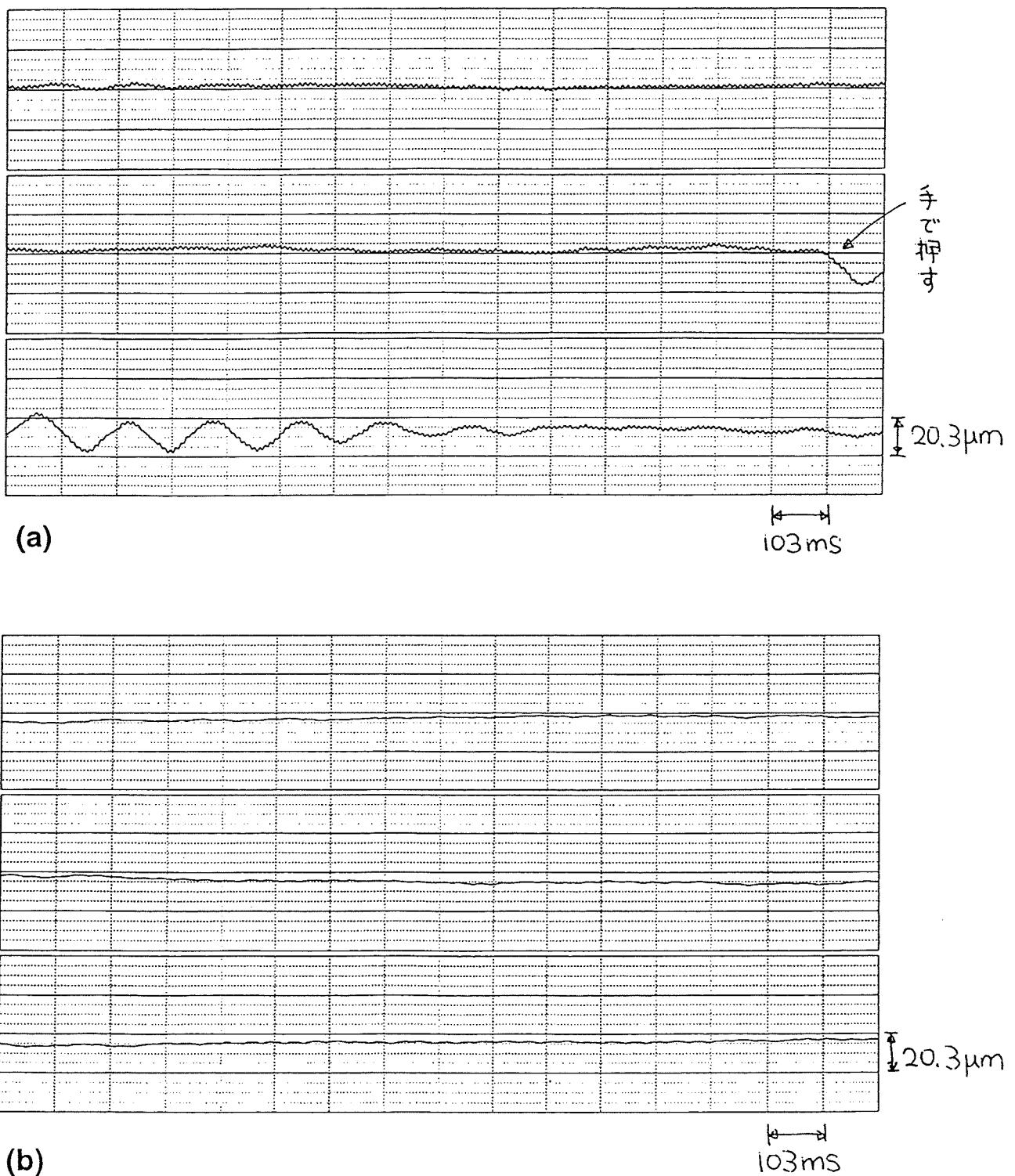


図 C.2: 振動・変位の測定例。(a)、(b) はそれぞれ防振用の重しを付けてない場合と付けた場合。(a) では測定途中故意に装置に衝撃を加え振動する様子をみている。

参考文献

- [1] O. Stern: Naturwiss. **17**, 391(1929)
 F. Knauer and O. Stern: Zeits. f. Physik **53**, 779(1929)
 I. Estermann and O. Stern: Zeits. f. Physik **61** 95(1930)
- [2] F. Shimizu, K. Shimizu, and H. Takuma: Phys. Rev. A **46**, R17(1992)
- [3] M. Kasevich and S. Chu: Phys. Rev. Lett. **67**, 181(1991)
- [4] 原子光学については次の解説がまとまっている：
 C. S. Adams, M. Sigel, and J. Mlynek: Phys. Reports **240**, 143(1994)
- [5] レーザー冷却全般については特集号
 J. Opt. Soc. Am. B **6**, (1989)
 がまとまっている。
- [6] W. Ermer, R. Blatt, J. L. Hall, and M. Zhu: Phys. Rev. Lett. **54**, 996 (1985)
- [7] W. D. Phillips, and H. Metcalf: Phys. Rev. Lett. **48**, 596 (1985)
- [8] Y. Castin, H. Wallis, and J. Dalibard: J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2046 (1989)
- [9] F. Shimizu: Opt. Lett. **16**, 339 (1991)
- [10] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts, and C. I. Westbrook:
 J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2084 (1989)
- [11] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould and H. Metcalf: Phys. Rev. Lett.
61, 169 (1988)

- [12] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji: *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023, (1989)
- [13] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable: *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986)
- [14] P. Ungar, D. Weiss, E. Riss, and S. Chu: *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2058, (1989)
- [15] A. L. Migdall, J. V. Prodan, and W. D. Phillips: *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985)
- [16] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard: *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987)
- [17] 計算機プログラムについては次のものが参考になる：
 W-H.Lee: "COMPUTER GENERATED HOLOGRAMS: TECHNIQUES AND APPLICATIONS" in PROGRESS IN OPTICS XVI (NORTH-HOLLAND, 1978)
 O.Bryngdahl and F.Wyrowski: "DIGITAL HOLOGRAPHY - COMPUTER GENERATED HOLOGRAMS" in PROGRESS IN OPTICS XXVIII (NORTH-HOLLAND, 1990)
- [18] P. D. Kearney, A. G. Klein, G. I. Opat, and R. Gahler: *Nature*, **287**, 313-14 (1980)
- [19] O. Carnal, M. Sigel, T.Sleator, H. Takuma, and J. Mlynek: *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3231(1991)
- [20] A. W. Lohnman and D. P. Paris: *Appl. Opt.* **6**, 1739 (1967)
- [21] J. Fujita, M. Morinaga, T. Kishimoto, M. Yasuda, S. Matsui, and F. Shimizu: *Nature* **380**, 691 (1996)
- [22] 尾上、金子：電子通信学会論文誌, J62-C, 78 (1979)
- [23] W. Ketterle and D. Pritchard: *Appl. Phys. B* **54**, 403 (1992)
- [24] M. Morinaga and F. Shimizu: *Laser Phys.* **4-2**, 412 (1994)
- [25] 「電子顕微鏡の理論と応用 I」電子顕微鏡学会編, 丸善, 1959
- [26] T.S. Stein, J.P. Carrico, E. Lipworth, and M.C. Weisskopf: *Phys. Rev.* **186**, 39 (1969)
- [27] M. Morinaga, M. Yasuda, T. Kishimoto, F. Shimizu, J. Fujita, and S. Matsui: *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 802 (1996)

[28] 井川孝人, 他: 日本物理学会講演概要集, 1996 秋の分科会 2-488

[29] R. Gupta, et. al.: Appl. Phys. Lett. **67**, 1378 (1995)

[30] W. G. Kaenders, et. al.: Nature **375**, 214 (1995)

謝辞

本研究の実験は電気通信大学レーザー極限技術研究センターにおいて行われました。

清水富士夫先生には本研究全般にわたって常に適切なご指導をいただき、また私の研究生活を辛抱強く見守っていただきました。

日本電気基礎研究所の藤田淳一さん、松井真二さんにはホログラムを実際に作っていただきたばかりでなく、実験の構想段階から共同で計画を練っていただきました。

ホログラフィーの実験の準備は岸本哲夫君と一緒に進めてきました。またレーザー冷却装置の運転を安田正美君に手伝っていただいたおかげで長時間安定した条件下で実験をすることが可能となりました。

また、専門にとらわれない広い視点から助言いただいた五神真先生、レーザー冷却の実験全般にわたって相談相手をしていただいた助手の香取秀俊君（現ERATO）をはじめとして清水研究室、五神研究室のメンバー、工作室の川端光洋さん、そのほか多くの人々にお世話になりました。

これらの方々に深く感謝いたします。

